

২। কোনো স্কুলের ৯ম শ্রেণীর ৫০ জন শিক্ষার্থীর গণিতে প্রাপ্ত নম্বর হল :

40, 49, 73, 40, 83, 49, 7, 91, 31, 7, 40, 91, 31, 73, 7, 49, 62, 73, 62, 40, 83, 49, 49, 31, 40, 62, 73, 49, 31, 19, 62, 49, 83, 91, 31, 40, 62, 83, 73, 83, 73, 19, 40, 19, 19, 49, 49, 62, 62, 19. প্রাপ্ত নম্বরের গড় সরাসরি এবং সংক্ষিপ্ত পদ্ধতিতে নির্ণয় কর।

৩। কোনো এলাকার ৬৩ জন লোকের ওজনের (কিলোগ্রাম) গণসংখ্যা নিবেশণ সারণি নিচে দেওয়া হল। এ এলাকার একজন লোকের গড় ওজন সরাসরি এবং সংক্ষিপ্ত পদ্ধতিতে নির্ণয় কর।

ওজন (কিলোগ্রাম) x_i	60	61	62	63	64	65
লোকসংখ্যা f_i	5	8	14	16	10	10

৪। কোনো স্কুলের দশম শ্রেণীর ৪০ জন শিক্ষার্থীর পরিসংখ্যানে প্রাপ্ত নম্বরের গণসংখ্যা সারণি নিচে দেওয়া হল। পরিসংখ্যানে প্রাপ্ত নম্বরের গড় সংক্ষিপ্ত পদ্ধতিতে নির্ণয় কর।

প্রাপ্ত নম্বর	1-10	11-20	21-30	31-40	41-50	51-60	61-70	71-80	81-90	91-100
গণসংখ্যা	2	5	16	12	13	20	5	4	2	1

৫। নিম্নের গণসংখ্যা নিবেশণ সারণি থেকে সংক্ষিপ্ত পদ্ধতিতে গাণিতিক গড় নির্ণয় কর।

x_i	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
f_i	5	20	30	40	50	35	21	12	10	8

৬। নিম্নের কোনো কলেজের ১ম বর্ষের চূড়ান্ত পরীক্ষায় ৫০০ জন শিক্ষার্থীর গণিতে প্রাপ্ত নম্বরের গণসংখ্যা সারণি দেওয়া হল। একজন শিক্ষার্থীর প্রাপ্ত নম্বরের গড় সংক্ষিপ্ত পদ্ধতিতে নির্ণয় কর।

প্রাপ্ত নম্বর	11-20	21-30	31-40	41-50	51-60	61-70	71-80	81-90	91-100
শিক্ষার্থী সংখ্যা	5	20	50	75	145	100	80	20	5

৭। রাজশাহী বিশ্ববিদ্যালয়ের কয়েকটি বিভাগের স্নাতক পরীক্ষায় পাশের হার এবং সংশ্লিষ্ট বিভাগের শিক্ষার্থী সংখ্যা দেওয়া হল। গড় পাশের হার নির্ণয় কর।

বিভাগের নাম	গণিত	পরিসংখ্যান	পদার্থবিদ্যা	প্রাণিবিদ্যা	রসায়ন	অর্থনীতি	রাষ্ট্রবিজ্ঞান	ভূগোল	হিসাব বিজ্ঞান
পাশের হার %	70	45	80	85	75	65	77	68	71
শিক্ষার্থী সংখ্যা	120	80	70	75	90	100	85	80	130

৮। কোনো কারখানার ১০ জন শ্রমিকের সাপ্তাহিক আয় (টাকায়) হল 400, 602, 650, 305

300, 503, 400, 710, 650, 950. শ্রমিকদের আয়ের মধ্যমা নির্ণয় কর।

- ৯। একজন পরীক্ষার্থীর তিনটি সাময়িকী পরীক্ষায় গণিতে প্রাপ্ত নম্বর হল যথাক্রমে 60, 75 ও 85 এবং চূড়ান্ত পরীক্ষায় প্রাপ্ত নম্বর হল, 95. তিনটি সাময়িকী পরীক্ষার গুরুত্ব সমান এবং চূড়ান্ত পরীক্ষার গুরুত্ব সাময়িকী পরীক্ষার দ্বিগুণ। গণিতে প্রাপ্ত নম্বরের গড় নির্ণয় কর।
- ১০। কোনো শ্রেণীর 45 জন শিক্ষার্থীর মধ্যে 15 জন বালিকা। 30 জন বালকের গড় ওজন হল 52 কেজি এবং 15 জন বালিকার গড় ওজন 45 কেজি। কেজিতে গড় ওজন নির্ণয় কর।
- ১১। কোনো শ্রেণীর 40 জন ছাত্রীর প্রাপ্ত নম্বরের গড় হল 65. যদি প্রতি ছাত্রীর প্রাপ্ত নম্বরের সাথে 5 যোগ করা হয়, তবে গড় কত হবে?

৯.৫। বিস্তার পরিমাপ (Measures of Dispersion)

অনেক সময় দেখা যায় যে, দুইটি উপাণ্ডের গড় সমান হলেও তাদের বৈশিষ্ট্য এক নয় এবং ব্যাখ্যাও এক হয় না। যেমন, মনে করি কোনো পরীক্ষায় দুইজন ছাত্র A ও B এর প্রাপ্ত নম্বর হল :

ছাত্র \ বিষয়	বাংলা	ইংরেজি	গণিত	পদার্থ বিদ্যা	রসায়ন বিদ্যা	জীব বিদ্যা
A	75	70	0	80	100	95
B	65	50	90	60	75	80

এখানে বিভিন্ন বিষয়ে ছাত্র A এর গড় নম্বর = $\frac{420}{6} = 70$ । ছাত্র B এর গড় নম্বর = $\frac{420}{6} = 70$.

দুইজন ছাত্রের গড় নম্বর সমান হলেও উপাণ্ডের দিকে ভাল করে লক্ষ করলে এটা নির্দিষ্ট বলা যায় যে, A অপেক্ষা B এর কৃতিত্বের মান অপেক্ষাকৃত ভাল। সুতরাং গড় দেখে সব সময় দুইটি উপাণ্ডের তুলনা করা সম্ভব হয় না। তুলনা করতে হলে উপাণ্ডের চলকসমূহ গড়ের চতুর্পার্শে কীভাবে ছড়ান—ছিটানো আছে তা জানা দরকার। যেমন, পূর্ব পৃষ্ঠার উদাহরণে A এর নম্বরগুলো গড় থেকে খুব বেশি বিস্তৃত এবং B এর মানগুলো অনেক বেশি সুমম। এজন্য পরিসংখ্যানে উপাণ্ডের চলকসমূহ গড় থেকে কী পরিমাণ বিস্তৃত তা জানা দরকার এবং গড় থেকে চলকসমূহের দূরত্বকে পরিসংখ্যানের ভাষায় বিস্তার বলে।

সংজ্ঞা। বিস্তার : যে মাত্রায় সংখ্যাসূচক উপাণ্ডের মানসমূহ তাদের গড় মানের চতুর্দিকে বিস্তৃত হয়, তা তাকে বিস্তার বলে।

বিস্তার পরিমাপের সাধারণ দুইটি পরিমাপ হল গড় ব্যবধান (Mean Deviation or Average Deviation) এবং পরিমিত ব্যবধান (Standard Deviation).

গড় ব্যবধান : n সংখ্যক সংখ্যা x_1, x_2, \dots, x_n এর গড় ব্যবধান হল :

$$\text{গড় ব্যবধান} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n |x_i - \bar{x}| \quad \text{যেখানে } \bar{x} \text{ হল সংখ্যাগুলোর গাণিতিক গড় মান এবং } |x_i - \bar{x}| \text{ হল } \bar{x} \text{ থেকে } x_i$$

এর ব্যবধান।

উদাহরণ ১। ২, ৪, ৬, ৮, ১০, ১২. উপাত্তগুলোর গড় ব্যবধান নির্ণয় কর।

সমাধান : সংখ্যাগুলোর গাণিতিক গড়

$$\bar{x} = \frac{2 + 4 + 6 + 8 + 10 + 12}{6} = \frac{42}{6} = 7$$

$$\begin{aligned} \therefore \text{গড় ব্যবধান} &= \frac{|2 - 7| + |4 - 7| + |6 - 7| + |8 - 7| + |10 - 7| + |12 - 7|}{6} \\ &= \frac{|-5| + |-3| + |-1| + |1| + |3| + |5|}{6} = \frac{5 + 3 + 1 + 1 + 3 + 5}{6} = \frac{18}{6} = 3. \end{aligned}$$

বিন্যস্ত উপাত্তের ক্ষেত্রে গড় ব্যবধান : বিন্যস্ত উপাত্তের মান x_1, x_2, \dots, x_k এর গণসংখ্যা যদি $f_1, f_2,$

$$\dots, f_k \text{ হয়, তবে গড় ব্যবধান} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^k f_i |x_i - \bar{x}|, \text{ যেখানে } n = \sum_{i=1}^k f_i.$$

উদাহরণ ২। নিচে ৯ম শ্রেণীর ৬০ জন ছাত্রীর গণিতে প্রাপ্ত নম্বর দেওয়া হল। প্রাপ্ত নম্বরের গড় ব্যবধান নির্ণয় কর।

নম্বর	51-60	61-70	71-80	81-90	91-100
ছাত্রী	10	15	20	10	5

সমাধান : গড় ব্যবধান নির্ণয়ের সারণি নিম্নরূপ :

নম্বর	গণসংখ্যা f_i	শ্রেণী মধ্যমান x_i	$f_i x_i$	$ x_i - \bar{x} $	$f_i x_i - \bar{x} $
51-60	10	55.5	555	17.5	175
61-70	15	65.5	982.5	7.5	112.5
71-80	20	75.5	1510	2.5	50
81-90	10	85.5	855	12.5	125
91-100	5	95.5	477.5	22.5	112.5
মোট	$n = 60$		$\Sigma f_i x_i = 4380$		575

$$\bar{x} = \frac{\Sigma f_i x_i}{n} = \frac{4380}{60} = 73$$

$$\therefore \text{গড় ব্যবধান} = \frac{\Sigma f_i |x_i - \bar{x}|}{n} = \frac{575}{60} = 9.58$$

পরিমিত ব্যবধান (Standard Deviation) : n সংখ্যক সংখ্যা x_1, x_2, \dots, x_n এর পরিমিত ব্যবধান

$$\text{যদি } s \text{ হয় তবে } s = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^k (x_i - \bar{x})^2}{n}}$$

যেখানে \bar{x} হল সংখ্যাগুলোর গাণিতিক গড় এবং $(x_i - \bar{x})$ হল \bar{x} থেকে x_i এর ব্যবধান। সুতরাং s হল গড় থেকে মূল গড় ব্যবধানের বর্গ এবং এজন্য একে মূল গড় বর্গ ব্যবধানও (root mean square deviation) বলা হয়।

উদাহরণ ৩। 2, 4, 6, 8, 10, 12, উপাত্তগুলোর পরিমিত ব্যবধান নির্ণয় কর।

$$\text{সমাধান : যদি সংখ্যাগুলোর গাণিতিক গড় } \bar{x} \text{ হয় তবে } \bar{x} = \frac{2 + 4 + 6 + 8 + 10 + 12}{6} = 7$$

$$\begin{aligned} \therefore \text{পরিমিত ব্যবধান, } s &= \sqrt{\left\{ \frac{(2-7)^2 + (4-7)^2 + (6-7)^2 + (8-7)^2 + (10-7)^2 + (12-7)^2}{6} \right\}} \\ &= \sqrt{\left\{ \frac{25 + 9 + 1 + 1 + 9 + 25}{6} \right\}} = \sqrt{\left\{ \frac{10}{6} \right\}} = 3.41 \end{aligned}$$

\therefore সংখ্যাগুলোর পরিমিত ব্যবধান = 3.41

\therefore বিন্যস্ত উপাত্তের ক্ষেত্রে পরিমিত ব্যবধান : বিন্যস্ত উপাত্তের মান x_1, x_2, \dots, x_k এর গণসংখ্যা

$$\text{যথাক্রমে } f_1, f_2, \dots, f_k \text{ হলে, পরিমিত ব্যবধান } s = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^k f_i(x_i - \bar{x})^2}{n}}, \text{ যেখানে } n = \sum_{i=1}^k f_i$$

উদাহরণ ৪। উদাহরণ ২ এ প্রদত্ত উপাত্তের পরিমিত ব্যবধান নির্ণয় কর।

সমাধান : পরিমিত ব্যবধান নির্ণয় সারণি নিম্নরূপ :

নম্বর	গণ সংখ্যা f_i	শ্রেণী x_i	$f_i x_i$	$x_i - \bar{x}$	$(x_i - \bar{x})^2$	$f_i(x_i - \bar{x})^2$
51-60	10	55.5	555	-17.5	306.25	3062.5
61-70	15	65.5	982.5	-7.5	56.25	843.75
71-80	20	75.5	1510	2.5	6.25	125
81-90	10	85.5	855	12.5	156.25	1562.5
91-100	5	95.5	477.5	22.5	506.25	2531.25
মোট	60		4380			8125

$$\bar{x} = \frac{\sum f_i x_i}{n} = \frac{4380}{60} = 73$$

$$s = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n f_i (x_i - \bar{x})^2}{n}} = \sqrt{\frac{8125}{60}} = \sqrt{135.41} = 11.63$$

উপাত্তসমূহের পরিমিত ব্যবধান 11.63

বিকল্প পদ্ধতি : সংক্ষিপ্ত পদ্ধতিতে পরিমিত ব্যবধান নিয়ে পদ্ধতি :

উদাহরণ ৪ : পরিমিত ব্যবধান নির্ণয় : (সংক্ষিপ্ত পদ্ধতি)

নম্বর	গণসংখ্যা f_i	u_i	$f_i u_i$	$f_i u_i^2$
51-60	10	-2	-20	40
61-70	15	-1	-15	15
71-80	20	0	0	0
81-90	10	1	10	10
91-100	5	2	10	20
	$\sum f_i = 60$		$\sum f_i u_i = -15$	$\sum f_i u_i^2 = 85$

$$s = h \sqrt{\left\{ \frac{\sum f_i u_i^2}{n} - \left(\frac{\sum f_i u_i}{n} \right)^2 \right\}}$$

$$= 10 \sqrt{\left\{ \frac{85}{60} - \left(\frac{-15}{60} \right)^2 \right\}}$$

$$= 10 \sqrt{1.35}$$

$$= 11.6$$

অনুশীলনী ৯.৩

- নিম্নলিখিত উপাত্তগুলোর গড় ব্যবধান নির্ণয় কর :
 (a) 3, 7, 9, 5 (b) 2.4, 1.6, 3.8, 4.1, 3.4
 (c) 5, 3, 4, 8, 6, 7, 12, 34.
- নিম্নের গণসংখ্যা নিবেষণ সারণি থেকে গড় ব্যবধান নির্ণয় কর।

x	5	10	15	20	25	30	35	40	45	50
f	8	12	15	10	20	18	13	8	3	2

- নিম্নের 40 টি শিল্প প্রতিষ্ঠানের বাৎসরিক আয়ের (কোটিতে) গণসংখ্যা নিবেষণ সারণি থেকে গড় ব্যবধান নির্ণয় কর।

আয়	1-50	51-100	101-150	151-200	201-250	251-300	301-350
শিল্প প্রতিষ্ঠানের সংখ্যা	7	0	9	13	5	4	2

নিবেষণটির গাণিতিক গড় হবে কত?

ক. 36

খ. 38

গ. 40

ঘ. 42

১০। 3, 4 এবং 5 এর গড় ব্যবধান কত হবে?

ক. $\frac{2}{3}$

খ. 1

গ. $\frac{3}{2}$

ঘ. 2

সৃজনশীল প্রশ্ন

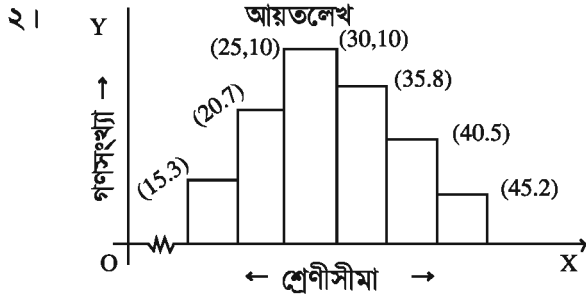
১। আইডিয়াল স্কুলের দশম শ্রেণীর পঞ্চাশ জন শিক্ষার্থীর গণিতে প্রাপ্ত নম্বর হলো নিম্নরূপ-

55, 77, 58, 82, 63, 48, 65, 39, 97, 88, 76, 65, 98, 64, 79, 83, 53, 56, 45, 73, 93, 68, 34, 92, 87, 32, 65, 73, 85, 46, 56, 75, 69, 66, 76, 62, 41, 75, 67, 85, 67, 69, 89, 57, 62, 78, 45, 53, 73.

ক. প্রদত্ত তথ্যটির ধরন কী? কোন গণসংখ্যা নিবেষণে একটি শ্রেণীর গণসংখ্যা দ্বারা কী নির্দেশিত হয়?

খ. উপযুক্ত শ্রেণীব্যাপ্তি নিয়ে গণসংখ্যা নিবেষণ তৈরি কর।

গ. সরাসরি এবং সংক্ষিপ্ত পদ্ধতিতে প্রাপ্ত নম্বরের গাণিতিক গড় বের কর।



ক. গণসংখ্যা নিবেষণটির প্রথম শ্রেণীর মধ্যমান এবং শেষ শ্রেণীটির গণসংখ্যা কত?

খ. গণসংখ্যা নিবেষণটি তৈরি কর।

গ. পরিমিত ব্যবধান নির্ণয় কর।

উত্তরমালা

অনুশীলন ১.১

- ১। $B \subseteq A, C \subseteq A, C \subseteq B, C \subseteq D.$ ৫। $S' = \emptyset; S = R$ ৬। $S' = R; S = \emptyset$
 ৭। (ক) $A = \emptyset; B = \emptyset,$ (খ) \emptyset (গ) U (ঘ) $B \subset A,$ (ঙ) U (চ) \emptyset (ছ) $A \subset B$ (জ) U (ঝ) $A = B$
 ৯। $A \cup B = [-5, 7] = \{x : x \in R \text{ এবং } -5 \leq x < 7\}.$
 $A \cup C = [-5, 5] = \{x : x \in R \text{ এবং } -5 \leq x \leq 5\}.$
 $A \cap B = [2, 5] = \{x : x \in R \text{ এবং } 2 < x \leq 5\}.$
 $A \cap C = [0, 3] = \{x : x \in R \text{ এবং } 0 \leq x < 3\}.$
 $C \cup D = [0, 5] = \{x : x \in R \text{ এবং } 0 \leq x \leq 5\}.$ $C \cap D = \emptyset$
 ১০। (ক) $[-5, 7[$ (খ) $[0, 5]$ (গ) $[0, 3[$ (ঘ) \emptyset

অনুশীলনী ১.৩

- ১। নিজে কর :
- ২। (ক) $F_1 = \{(a, 1), (b, 2)\}, F_2 = \{(a, 2), (b, 1)\}$
 (খ) $F_1 = \{(a, 1), (b, 2), (c, 3)\}, F_2 = \{(a, 2), (b, 1), (c, 3)\}$
 $F_3 = \{(a, 1), (b, 3), (c, 2)\}, F_4 = \{(a, 2), (b, 3), (c, 1)\}$
 $F_5 = \{(a, 3), (b, 1), (c, 2)\}, F_6 = \{(a, 3), (b, 2), (c, 1)\}$
- ৩। এরূপ ছয়টি এক-এক মিল রয়েছে; একটি হল
 $F_1 = \{(a, 3), (b, 1)\} (c, 2), (d, 4)\}$
- ৪। $k \leftrightarrow 2^{k-1}$
- ৫। $n \leftrightarrow 3^{n-1}$
- ৬। এরূপ অসংখ্য উপসেট রয়েছে; যেমন—
 $T = \{3^{2n} : n = 0 \text{ অথবা } n \in N\}$
- ৭। k যে কোনো বিজোড় সংখ্যা হলে, $k + 2$ সংখ্যাটিও বিজোড় এবং $k + 2 > k.$ সুতরাং A সেটে কোনো বৃহত্তম উপাদান নেই। অতএব, A অনন্ত সেট।
- ৮। $n^2 \in S$ হলে $(n + 1)^2 > n^2$ এবং $(n + 1)^2 \in S.$ সুতরাং S অনন্ত সেট।
- ১১। ৫. ১২। ৬০. ১৩। ৪. ১৪। ৫. ১৫। ৪৪. ১৬। (১) ২০. (২) ৬৩. (৩) ১৪.
- ১৭। (১) ১০%. (২) ৫০% ১৮। ১০%.

অনুশীলনী ২.১

- ১। (ক) $x^3y + 3x^2y + 3xy + y^2 + 3y + 1$; মাত্রা 3, মুখ্য সহগ y ; ধ্রুব পদ $y^2 + 3y + 1$.
 (খ) $y^2 + (x^3 + 3x^2 + 3x + 3)y + 1$; মাত্রা 2, মুখ্য সহগ 1; ধ্রুব পদ 1.
 (গ) $x^2y + 3x^2y + 3xy + y^2 + 3y + 1$; মাত্রা 4.
- ২। $P(0) = 7, P(1) = 31, P(-1) = 15, P(\frac{1}{2}) = 9$. ৩। ভাগশেষ $P(2) = 2$.
- ৮। (ক) $Q(x) = x^{n-1} + ax^{n-2} + a^2x^{n-3} + a^3x^{n-4} + \dots + a^{n-1}$
 (খ) $Q(x) = x^{n-1} - ax^{n-2} + a^2x^{n-3} - a^3x^{n-4} + \dots + (-1)^{n-1}a^{n-1}$
- ৯। $Q(x) = x^{n-1} - ax^{n-2} + a^2x^{n-3} - a^3x^{n-4} + \dots + (-1)^{n-1}a^{n-1}$
- ১১। (i) $(x - 2)(x + 1)(x + 3)$ (ii) $(x - 1)(x + 2)(x + 3)$
 (iii) $(a - 4)(a + 1)(a + 2)$ (ii) $(x + 1)(x^3 + 2x^2 + 3x + 5)$
 (v) $(x - 1)(x^3 - 3x^2 + 2x + 10)$ (vi) $(x + 1)^2(x + 2)(x + 3)$
 (vii) $(2a - 1)(a + 1)(a + 2)(2a + 1)$ (viii) $(x + 1)(x^2 + x + 1)$
 (ix) $(2a - 1)(a^2 - a - 1)$ (x) $(x - 4y)(x - 3y)(x - 2y)$.

অনুশীলনী ২.২

- ১। (ক) $(a - b)(b - c)(c - a)$
 (খ) $-(a - b)(b - c)(c - a)$
 (গ) $(a - b)(b - c)(c - a)(a + b + c)$
 (ঘ) $-(a - b)(b - c)(c - a)(a + b + c)$
 (ঙ) $-(a - b)(b - c)(c - a)(a^2 + b^2 + c^2 + ab + bc + ca)$
 (চ) $(a - b)(b - c)(c - a)(ab + bc + ca)$
 (ছ) $-(x - y)(y - z)(z - x)(x + y)(y + z)(z + x)$
 (জ) $-(a - b)(b - c)(c - a)(a + b + c)$
 (ঝ) $(x + y + z)(xy + yz + zx)$
 (ঞ) $(x + y + z)(xy + yz + zx)$
 (ট) $-(x - y)(y - z)(z - x)$
 (ঠ) $-(a - b)(b - c)(c - a)(a + b)(b + c)(c + a)$

(ড) $(a + b)(b + c)(c + a)$

(ঢ) $(x - 2y - 1)(x^2 + 4y^2 - 4xy + x - 2y + 1)$

(ণ) $(a^3 - 3a + 5)(a^4 + 3a^3 + 4a^2 + 15a + 25)$

অনুশীলনী ২.৩

১। ০ ২। $a + b + c$ ৩। d ৪। $a + b + c + 1$ ৫। ২ ৬। $\frac{x}{(x-a)(x-b)(x-c)}$
 ৭। ০ ৮। $\frac{1}{x-1}$ ৯। $\frac{2}{x} + \frac{2}{x+2}$ ১০। $\frac{6}{x-4} - \frac{5}{x-3}$
 ১১। $\frac{1}{x+2} + \frac{2}{3x-2}$ ১২। $\frac{1}{x} - \frac{2}{x-2} + \frac{2}{x+3}$ ১৩। $\frac{2}{x-3} - \frac{3}{x+2} + \frac{1}{x+4}$
 ১৪। $x + \frac{1}{x-1} + \frac{2}{x+3}$

অনুশীলনী ৪.২

৫। (ক) $1.x$; (খ) $\frac{\sqrt{a}}{b}$; (গ) $\frac{a^2 - b^2}{ab}$; (ঘ) 1 ; (ঙ) 1 ; (চ) $\left(\frac{a}{b}\right)^{a+b}$

অনুশীলনী ৪.৩

৩। (ক) 0.000057848 (খ) 0.18351 (গ) 864.90 (ঘ) 1.01302 (ঙ) 19995.62
 ৪। (ক) 9.2104 (খ) -4.90779 (ঘ) 230.76

অনুশীলনী ৫.১

১। (ক) ডোম $S = \{1, 2, 3, 4\}$ রেঞ্জ $S = \{5, 10, 15, 20\}$
 $S^{-1} = \{(5, 1), (10, 2), (15, 3), (20, 4)\}$. SS^{-1} প্রত্যেকে ফাংশন।
 (খ) ডোম $S = \{-3, -2, -1, 0, 1, 2, 3\}$
 রেঞ্জ $S = \{-1, 0, 3, 8\}$
 $S^{-1} = \{(8, -3), (3, -2), (0, -1), (-1, 0), (0, 1), (3, 2), (8, 3)\}$
 S ফাংশন; S^{-1} ফাংশন নয়, কেননা $(0, 1)$ এবং $(0, -1) \leftarrow S^{-1}$
 (গ) ডোম $S = \{\frac{1}{2}, 1, \frac{5}{2}\}$ রেঞ্জ $S = \{-2, -1, 0, 1, 2\}$
 S ফাংশন নয়, কেননা $(1, 1)$ এবং $(1, -1) \leftarrow S$.
 $S^{-1} = \{(0, \frac{1}{2}), (1, 1), (-1, 1), (2, \frac{5}{2}), (-2, \frac{5}{2})\}$
 S^{-1} ফাংশন।
 (ঘ) ডোম $S = \{-3, -1, 0, 3\}$
 রেঞ্জ $S = \{-3, -1, 0, 3\}$
 $S^{-1} = S.S, S^{-1}$ ফাংশন।
 (ঙ) ডোম $S = \{2\}$, রেঞ্জ $= \{1, 2, 3\}$ S ফাংশন নয়।

- ২। (ক) $S = \{(-1, 2), (0, 1), (1, 0), (2, -1)\}$
 ডোম $S = \{-1, 0, 1, 2\}$, রেঞ্জ $S = \{-1, 0, 1, 2\}$
 (খ) $S = \{(-1, -2), (0, -1), (1, 0), (2, 1)\}$
 ডোম $S = \{-1, 0, 1, 2\}$, রেঞ্জ $S = \{-2, -1, 0, 1\}$
 (গ) $S = \{(0, 0), (-1, 1), (1, 1)\}$
 ডোম $S = \{0, -1, 1\}$, রেঞ্জ $S = \{-0, 1\}$
 (ঘ) $S = \{(0, 0), (1, -1), (1, 1)\}$
 ডোম $S = \{0, 1\}$, রেঞ্জ $S = \{0, -1, 1\}$
- ৩। (ক), (খ), (গ)
- ৪। এক-এক ফাংশন : ১। (ক), (গ) ২। (ক) (খ)
- ৫। (ক) ডোম $F = \mathbf{R}$, এক-এক (খ) ডোম $F = \mathbf{R}$ এক-এক নয়
 (গ) ডোম $F = \{x \leftarrow \mathbf{R} : x \geq 1\}$ এক-এক (কেননা $\sqrt{x-1}$ লিখলে অঋণাত্মক বর্গমূলকেই বোঝায়)
 (ঘ) ডোম $F = \mathbf{R} \setminus \{2\}$, এক-এক
 (ঙ) ডোম $F = \mathbf{R}$, এক-এক নয় (চ) ডোম $P = \mathbf{R}$, এক-এক
 (ছ) ডোম $F = \{x \leftarrow \mathbf{R} : x \geq 0\}$, এক-এক
- ৬। (ক) $-5, -1, 3$ (খ) a (গ) 3 (ঘ) $\frac{y+1}{2}$
- ৭। (ক) $36, 4, 1, 0, 16$ (খ) $-9, 11$ (গ) 1 (ঘ) $1 + \sqrt{y}$
- ৮। (ক) $0, 2, 3$ (খ) $|a|$ (গ) 26 (ঘ) $1 + y^2$
- ৯। (ক) $3, 1, 0, 1, 3$ (খ) ± 4 , (গ) 0 (ঘ) y
- ১০। (ক) ডোম $F = \mathbf{R}$ (খ) রেঞ্জ $F = \mathbf{R}$
 (গ) $F^{-1} = \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}, F^{-1}(x) = \sqrt{x}$.

অনুশীলনী ৬.১

$$১। 13 \quad ২। \frac{6}{5} \quad ৩। 9 \quad ৪। \pm 4 \quad ৫। 5 \quad ৬। \frac{5}{2}, -\frac{13}{2} \quad ৭। 1, 5 \quad ৮। 2, -\frac{9}{2} \quad ৯। \frac{25}{7}, -\frac{1}{7} \quad ১০। \frac{9}{-11}, -\frac{3}{2}$$

অনুশীলনী ৬.২

$$১। 2 \quad ২। \frac{7}{3} \quad ৩। 6 \quad ৪। 5 \quad ৫। 2 \quad ৬। \frac{5}{2} \quad ৭। 3 \quad ৮। 0 \quad ৯। 0, 2 \quad ১০। -1, 0 \quad ১১। \frac{1}{2}, -\frac{1}{2} \quad ১২। 2, 3$$

অনুশীলনী ৬.৩

$$১। x=3, -3 \quad ২। x=5, 1 \quad ৩। x=2, -12 \quad ৪। x=\frac{2}{1} \quad ৫। x=-3, 2 \quad ৬। x=-3, -\frac{3}{1}$$

অনুশীলনী ৬.৪

সমাধান সেট সংখ্যা রেখায় নিজে কর।

১। $S = \{x : -\frac{5}{2} < x < 1\}$

২। $S = \{x : x < -2\} \cup \{x : x > \frac{3}{4}\}$

৩। $S = \{x : x > 1\} \cup \{x : -2 < x, 0\}$

৪। $S = \{x : x > 2\} \cup \{x : -1 < x < 0\}$

৫। $S = \{x : x < 0\} \cup \{4 < x < 5\}$

৬। $S = \{x : 0 < x < 2\} \cup \{x : x > 3\}$

৭। $S = \{x : -1 < x < 4\}$.

৮। $S = \{x : 1 < x < 3\}$

৯। $S = \{x : x < -1 \text{ অথবা } x > \frac{3}{2} \text{ এবং } x \neq 2\}$

অনুশীলনী ৭.১

(x, y) যথাক্রমে সমান :

১। (2,3), ($\frac{15}{2}$, $\frac{16}{9}$)

২। (3, 4), (-6 , $\frac{5}{8}$)

৩। (0, 0), (13, 13), (3, -2), (-2, 3)

৪। (0, 0), (5, 5), (2, -1), (-1, 2)

৫। ($\frac{1}{5}$, 5), ($\frac{4}{5}$, 20)

৬। (3 , $-\frac{5}{3}$), ($\frac{16}{9}$, $-\frac{3}{4}$) ৭। (1,2), (-1, -2)

৮। (7, 5), (-7, -5), ($\sqrt{2}$, $-6\sqrt{2}$), ($-\sqrt{2}$, $6\sqrt{2}$)

৯। (3, 4), (4, 3), (-3, -4), (-4, -3)

১০। (2, 1), (2, -1), (-2, 1), (-2, -1)

১১। (1, -2), (2, -1), (-1, 2), (-2, 1)

১২। (1, 3), (-1, -3), ($\frac{13}{\sqrt{21}}$, $\frac{2}{\sqrt{21}}$), ($-\frac{13}{\sqrt{21}}$, $-\frac{2}{\sqrt{21}}$)

অনুশীলনী ৭.২

(x,y) যথাক্রমে সমান :

১। (2, 3) ২। (2,1), ($-\frac{1}{2}$, $-\frac{1}{4}$) ৩। (4, 0) ৪। (1,2) ৫। (3, 3)

৬। (2, ± 2), (-2 , $\pm \frac{1}{2}$) ৭। (2, ± 2), (-2 , $\pm \frac{1}{2}$) ৮। (1,2), ($-\frac{1}{3}$, $-\frac{2}{3}$)

৯। (2, ± 2), (-2 , $\pm \frac{1}{2}$)

অনুশীলনী ৭.৩

(x, y, z) যথাক্রমে সমান :

- ১। (2, 1, 0) ২। (3, 2, 1) ৩। (1, 2, -1) ৪। (3, 5, -2)
 ৫। (2, 3, -1) ৬। (2, -3, 4)
 ৭। (2, 3, 4) ৮। (0, 0, 0)
 ৯। (3, 7, 6)

অনুশীলনী ৮

- ১। (ক) 19; 29; $2r - 1$ (খ) 21; 31; $2r + 1$ (গ) $\frac{1}{110}$; $\frac{1}{240}$; $\frac{1}{r(r+1)}$
 (ঘ) 1; 0; 1 (r জোড় হলে) ও 0 (r বিজোর হলে) (ঙ) $4 \times \left(\frac{1}{3}\right)^{r-1}$
 (চ) 0; 1; 0 (r জোড় হলে) ও 1 (r বিজোর হলে) ২। (ক) $\cdot 1$; $\cdot 01$; (খ) $n > 10^5$
 (গ) 0 ৪। (ক) 18 (খ) $\frac{10}{9}$ (গ) সমষ্টি নেই।
 ৫। $x < -2$ এবং $x > 0$; $\frac{1}{x}$.
 ৬। (ক) $\frac{4}{9}$ (খ) $\frac{4}{33}$ (গ) $\frac{41}{3330}$ (ঘ) $\frac{281}{33}$ (ঙ) $\frac{410}{333}$ (চ) $\frac{237}{37}$

অনুশীলনী ৯.১

৮। (i) 21, (ii) 33, (iii) 5.

৯। 10 ও 99, 109; 109; 119; 119, 129; 129, 139, 139, 149, 149, 159, 159, 169.

অনুশীলনী ৯.২

- ১। 2 ২। 52·48 ৩। 62·76 কেজি ৪। 43·5 ৫। 4·98 ৬। 56·70 ৭। 70·53 ৮। 552·5
 ৯। 82 ১০। 49·67 কেজি ১১। 70.

অনুশীলনী ৯.৩

- ১। (a) 2 (b) $\cdot 85$ (c) 6·56 ২। 38·1 ৩। 64 ৪। (a) 2·16 (b) $\cdot 90$ (c) $\cdot 484$ ৫। 1·80 ৬। 43·8 (প্রায়)