

জাতীয় শিক্ষাক্রম ও পাঠ্যপুস্তক বোর্ড কর্তৃক ২০০৯ শিক্ষাবর্ষ  
থেকে নবম-দশম শ্রেণীর পাঠ্যপুস্তকরূপে নির্ধারিত

---

মাধ্যমিক উচ্চতর গণিত  
ব্যবহারিক  
নবম-দশম শ্রেণী

রচনা

হারুনুর রশীদ

সম্পাদনায়

আ.ফ.ম. খোদাদাদ খান

---

জাতীয় শিক্ষাক্রম ও পাঠ্যপুস্তক বোর্ড, ঢাকা।

ইনার ফর্ম্যাট: গণিত ৯ম

জাতীয় শিক্ষাক্রম ও পাঠ্যপুস্তক বোর্ড  
৬৯-৭০, মতিঝিল বাণিজ্যিক এলাকা, ঢাকা  
কর্তৃক প্রকাশিত

---

[ প্রকাশক কর্তৃক সর্বস্বত্ব সংরক্ষিত ]

কেবল মাত্র ২০০৮ সালে ২৫.০০০ (পঁচিশ হাজার) কপি পুস্তক  
মুদ্রণ ও বিক্রির জন্য নিযুক্ত পরিবেশক  
বিজ্ঞপ্তি নং- ২৮৯ তাং ১১/১০/০৭ এবং  
বিজ্ঞপ্তি নং- ৩০৩ তারিখ : ০১/১১/০৭  
বরাদ্দ পত্র নং বিত-৬৯৬/০৭/৭৭৯ তাং ০২/১২/০৭

ইউনাইটেড প্রিন্টিং প্রেস  
৬৩ ঋষি কেশ দাস রোড, ঢাকা  
প্রথম মুদ্রণ : এপ্রিল, ১৯৯৬  
সংশোধিত ও পরিমার্জিত সংস্করণ : নভেম্বর, ২০০০

পুনর্মুদ্রণ : ডিসেম্বর, ২০০৬  
পুনর্মুদ্রণ : ডিসেম্বর, ২০০৭ইং

কম্পিউটার কম্পোজ  
লেজার স্ক্যান লিঃ  
১৫/২, তোপখানা রোড, ঢাকা-১০০০  
ফোন : ৯৫৬২৮৬৫, ৯৫৬৭৬৯৮

প্রচ্ছদ  
লেজার স্ক্যান লিমিটেড, ঢাকা

চিত্রাঙ্কন  
কাজী সাইফুদ্দীন আব্বাস  
সুশান্ত কুমার অধিকারী

ডিজাইন  
জাতীয় শিক্ষাক্রম ও পাঠ্যপুস্তক বোর্ড

মূল্য : টা : ১৭.৭০ (সতের টাকা সত্তর পয়সা মাত্র)

---

মুদ্রণে :

## প্রসঙ্গ কথা

জাতীয় উন্নয়নের মূল চাবিকাঠি শিক্ষা। শিক্ষার ক্রমবর্ধমান উন্নয়ন ব্যতীত জাতীয় উন্নয়ন সম্ভব নয়। তাই স্বাধীনতা-উত্তর বাংলাদেশের উন্নয়নের অব্যাহত ধারায় যাতে জনগণের আশা-আকাঙ্ক্ষা, আর্থ-সামাজিক ও সাংস্কৃতিক জীবনপ্রবাহ পাঠ্যপুস্তকে প্রতিফলিত হয়, সেই লক্ষ্যে গঠিত জাতীয় শিক্ষাক্রম ও পাঠ্যসূচি প্রণয়ন কমিটির সুপারিশক্রমে আশির দশকের প্রারম্ভে প্রবর্তিত হয় নিম্ন মাধ্যমিক ও মাধ্যমিক স্তরের শিক্ষার্থীদের জন্য নতুন পাঠ্যপুস্তক।

দীর্ঘ এক যুগেরও বেশি সময় ধরে এই পুস্তকগুলো প্রচলিত ছিল। কিন্তু আমরা জানি, জাতীয় অগ্রগতির স্বার্থে শিক্ষা ব্যবস্থাকে গতিশীল, জীবনমুখী ও যুগোপযোগী করার জন্য প্রয়োজন শিক্ষাক্রম ও পাঠ্যসূচির ধারাবাহিক সংস্কার ও নবায়ন। এই বিবেচনার আলোকেই ১৯৯৪ সালে নিম্ন মাধ্যমিক, মাধ্যমিক ও উচ্চ মাধ্যমিক স্তরে শিক্ষাক্রম সংস্কার, পরিমার্জন ও বাস্তবায়নের জন্য ‘শিক্ষাক্রম প্রণয়ন ও বাস্তবায়ন সম্পর্কিত একটি টাস্কফোর্স’ গঠন করা হয়। এই টাস্কফোর্স প্রণীত কাঠামোর ওপর ভিত্তি করে ১৯৯৫ সালে জাতীয় শিক্ষাক্রম সমন্বয় কমিটির দিকনির্দেশনায় নিম্ন মাধ্যমিক, মাধ্যমিক ও উচ্চ মাধ্যমিক স্তরের শিক্ষাক্রম পরিমার্জন ও নবায়ন করা হয়। নতুন শিক্ষাক্রম অনুযায়ী রচিত পাঠ্যপুস্তক ১৯৯৬ সালে ষষ্ঠ ও নবম এবং ১৯৯৭ সালে সপ্তম, অষ্টম ও দশম শ্রেণীতে প্রবর্তিত হয়।

পরিমার্জিত নতুন শিক্ষাক্রমের ভিত্তিতে রচিত পুস্তকগুলো প্রবর্তনের পর আরও ক’বছর অতিক্রান্ত হয়েছে। নতুন শতাব্দীর চ্যালেঞ্জ আমাদের সম্মুখে। তাই সময়, দেশ ও সমাজের চাহিদার প্রেক্ষাপটে এই বছর ২০০০ সাল নিম্ন মাধ্যমিক ও মাধ্যমিক স্তরের প্রায় সকল পাঠ্যপুস্তক উচ্চ পর্যায়ের বিশেষজ্ঞদের দ্বারা যৌক্তিক মূল্যায়নের মাধ্যমে পুনরায় সংশোধন ও পরিমার্জন করা হয়েছে। আশা করা যায়, সংশোধিত ও পরিমার্জিত এই নতুন সংস্করণ যথাসম্ভব নির্ভুল, তথ্যসমৃদ্ধ ও সময়োপযোগী বলে বিবেচিত হবে।

আমরা জানি-‘শিক্ষাক্রম উন্নয়ন একটি ধারাবাহিক প্রক্রিয়া।’ সময় ও সমাজের চাহিদার প্রেক্ষিতে এর পরিমার্জন, পরিবর্তন ও উন্নয়ন একটি স্বাভাবিক কর্মধারা। তাই এ বইয়ের আরও উন্নয়নের জন্য যে কোন গঠনমূলক ও যুক্তিসংগত পরামর্শ গুরুত্বের সাথে বিবেচিত হবে। শিক্ষার্থীদের হাতে সময়মত বই পৌঁছে দেওয়ার জন্য মুদ্রণের কাজ দ্রুত করতে গিয়ে এ বইয়ে কিছু ত্রুটি-বিচ্যুতি থেকে যেতে পারে। পরবর্তী সংস্করণে বইটি আরও সুন্দর, শোভন ও ত্রুটিমুক্ত করার চেষ্টা অব্যাহত থাকবে।

যাঁরা এ বইটি রচনা, সম্পাদনা ও যৌক্তিক মূল্যায়নসহ প্রকাশনার কাজে আন্তরিকভাবে মেধা ও শ্রমদান করেছেন, তাঁদের জানাই ধন্যবাদ। যাদের জন্য বইটি প্রণীত হল তারা যদি উপকৃত হয়, তবেই আমাদের সমুদয় প্রচেষ্টা সার্থক হবে বলে আমি মনে করি।

প্রফেসর ড. মোঃ মছির

চেয়ারম্যান

জাতীয় শিক্ষাক্রম ও পাঠ্যপুস্তক বোর্ড

ঢাকা।

## সূচিপত্র

অধ্যায়	বিষয়বস্তু	পৃষ্ঠা
	সাধারণ নির্দেশাবলি	১
প্রথম	ক্যালকুলেটরের ব্যবহার	৩
দ্বিতীয়	সেট এবং অন্তর	১১
তৃতীয়	পরিসংখ্যান	২৫
চতুর্থ	জ্যামিতিক অঙ্কন	৪৪
পঞ্চম	পরিমিতি	৫৮
ষষ্ঠ	ভেক্টর	৬৮

## ব্যবহারিক গণিত সাধারণ নির্দেশাবলি

### ১। ভূমিকা

গণিতের তত্ত্বীয় জ্ঞান ব্যবহারিক ক্ষেত্রে প্রয়োগের পদ্ধতি বা কৌশল শেখানোর জন্যই ব্যবহারিক গণিতের প্রবর্তন করা হয়েছে। ব্যবহারিক ক্লাসে দক্ষতার সঙ্গে কার্য সম্পাদন এবং ব্যবহারিক কাজের বিবরণ যথাযথভাবে সংরক্ষণ করতে পারার জন্য নিম্নলিখিত বিষয়গুলোর প্রতি শিক্ষার্থীদের মনোযোগী হওয়া প্রয়োজন।

- ১। ব্যবহারিক ক্লাসে যে কাজটি করতে হবে তার তত্ত্ব, কাজের ধারা এবং প্রয়োজনীয় উপকরণ সম্পর্কে আগেই জেনে নিতে হবে।
- ২। কাজ শুরু করার আগে প্রয়োজনীয় উপকরণ সব সংগ্রহ করা হয়েছে কি না সে সম্পর্কে নিশ্চিত হতে হবে।
- ৩। ব্যবহারিক কাজের বর্ণনার জন্য কোনো ছকের প্রয়োজন হলে তা কাজ আরম্ভ করার আগেই তৈরি করে নিতে হবে।
- ৪। ব্যবহারিক কাজের বিবরণাদি ধারাবাহিকভাবে সংরক্ষণ করার জন্য একটি খসড়া খাতা ও একটি পরিচ্ছন্ন ব্যবহারিক খাতা তৈরি করতে হবে।

### ২। খসড়া খাতা সংরক্ষণ পদ্ধতি

পরিচ্ছন্ন ব্যবহারিক খাতা লেখায় সহায়তার জন্য একটি খসড়া তৈরি করা প্রয়োজন। ঐ খাতায় ব্যবহারিক কাজের সময় ঐ নির্দিষ্ট কাজটি সম্পর্কে নিম্নোক্ত বিষয়গুলো লিপিবদ্ধ করা দরকার :

- ১। কাজের ক্রমিক নম্বর
- ২। কাজের তারিখ
- ৩। কাজের নাম
- ৪। তত্ত্ব
- ৫। প্রয়োজনীয় উপকরণের তালিকা।
- ৬। ছক (যদি থাকে)
- ৭। হিসাব (যদি থাকে)
- ৮। ফলাফল।

### ৩। ব্যবহারিক খাতা সংরক্ষণ পদ্ধতি

ব্যবহারিক খাতায় ব্যবহারিক ক্লাসের সমস্ত কাজের বিবরণ লিপিবদ্ধ করতে হয় এবং মূল্যায়নের জন্য উপস্থাপন করতে হয়। খাতায় নিম্নোক্ত বিষয়গুলো উল্লেখ করা প্রয়োজন।

- ১। ব্যবহারিক কাজের ক্রমিক নম্বর ও কাজের তারিখ : সাধারণ বামদিকে উপরে ক্রমিক নম্বর ও ডানদিকে উপরে তারিখ লেখা।
- ২। কাজের নাম।
- ৩। তত্ত্ব এর সঙ্গে কোন সূত্র বা সমীকরণ থাকলে সেটা উল্লেখ করতে হবে।
- ৪। প্রয়োজনীয় যন্ত্রপাতি ও উপকরণ।

- ৫। কাজের পদ্ধতি : প্রদত্ত উপাত্ত থেকে ফলাফল নির্ণয় পর্যন্ত ধাপে ধাপে যে কার্যপ্রণালী অনুসরণ করা হয় সেগুলো ধারাবাহিকভাবে লিখতে হবে। কাজের বর্ণনায় কোন চিত্রের প্রয়োজন হলে তা বাম পাশের পৃষ্ঠায় আঁকতে হবে।
- ৬। ছক (যদি প্রয়োজন হয়) : প্রদত্ত ও নির্ণীত উপাত্ত শিরোনামসহ পৃথক কলামে লিপিবদ্ধ করতে হবে।
- ৭। হিসাব : প্রদত্ত উপাত্ত থেকে সূত্র প্রয়োগ করে ফল নির্ণয়ে হিসাব প্রক্রিয়া বামপাশে পৃষ্ঠায় দেখাতে হবে। তবে সরাসরি ফল সংকলন করা সম্ভব হলে কর্যপদ্ধতির পরই ফল সংকলন করা যেতে পারে।
- ৮। ফলাফল : ছকের নিচে প্রদত্ত উপাত্ত থেকে নির্ণীত ফলাফল এককসহ (যদি থাকে) লিখতে হবে।
- ৯। সতর্কতা : সঠিক ফলাফল নির্ণয়ের জন্য যে সকল সতর্কতা অবলম্বন করতে হয়েছে খাতায় সেগুলো উল্লেখ করতে হবে।
- ১০। মন্তব্য : ব্যবহারিক কাজটি সম্পর্কে কোন মন্তব্য থাকলে তা এ অংশে উল্লেখ করতে হবে।

## ৪। বিশেষ নির্দেশাবলি

### (ক) ক্যালকুলেটর ব্যবহার

ব্যবহারিক কাজে ক্যালকুলেটর ব্যবহারের ব্যবস্থা রাখা হয়েছে। এজন্য বিদ্যালয় থেকে সরবরাহকৃত অথবা শিক্ষার্থীর সংগ্রহকৃত সায়েন্টিফিক ক্যালকুলেটর (Scientific Calculator) ব্যবহার করতে হবে। সায়েন্টিফিক ক্যালকুলেটর অনেক মডেলের আছে। শিক্ষার্থী যে মডেলের ক্যালকুলেটর ব্যবহার করতে চায় তার ব্যবহার পদ্ধতি ভালভাবে শিখে নিতে হবে। উপাত্ত নির্ণয় ক্যালকুলেটরের কোন কোন বোতাম ব্যবহার করা হয়েছে তা খাতায় লিপিবদ্ধ করবে। অনুমোদিত ক্যালকুলেটর ব্যতীত অন্য কোনো ক্যালকুলেটর ব্যবহার করা যাবে না।

### (খ) গ্রাফ বা লেখচিত্র অঙ্কন

- (i) লেখচিত্র আঁকার সময় একটি সরু করে কাটা পেন্সিল ও একটি স্কেল ব্যবহার করতে হয়। দাগগুলো যাতে সরু এবং সোজা ও স্পর্শ হয় সেদিকে সতর্ক থাকতে হবে। বৃত্তলেখ আঁকার জন্য একটি পেন্সিল ও কম্পাস দরকার হয়।
- (ii) সাধারণত লেখচিত্র আঁকতে দুইটি চলকের মান ব্যবহার করা হয়। স্বাধীন চলকের মান X অক্ষ বরাবর এবং অধীন চলকের মান Y অক্ষ বরাবর পরিমাপ করা হয়।
- (iii) প্রদত্ত উপাত্তের মধ্যে স্বাধীন ও অধীন চলকের ক্ষুদ্রতম ও বৃহত্তম মান পর্যবেক্ষণ করে প্রদত্ত গ্রাফ কাগজের আকারের সঙ্গে সঙ্গতি রেখে একক ঠিক করে নিতে হয় (যেমন, পাঁচ একক অথবা পাঁচ বর্গ সমান এক একক)। চলকের মান ভগ্নাংশ হলে সর্বোচ্চ হরের সমান সংখ্যক বর্গকে একক ধরলে গণনায় সুবিধা হয় এবং বিন্দুপাতনে সুবিধা হয়। তবে সে ক্ষেত্রে গ্রাফ কাগজের আকারে প্রয়োজনীয় জায়গা সংকুলান হবে কি না সেটাও প্রথমে হিসাব করে দেখতে হয়।
- (iv) পরিসংখ্যানের ঘটন-সংখ্যা/বহুভুজ বা (বার-ডায়াগ্রাম) বা যে কোন লেখচিত্র আঁকার সময় কোন অক্ষ বরাবর কোন চলক পরিমাপ করা হচ্ছে সেটা লেখচিত্রের পাশেই উল্লেখ করতে হয়।
- (v) বৃত্তলেখ আঁকার সময় বিভিন্ন পরিমাপের কোণ আঁকতে হয়। এজন্য একটি অর্ধবৃত্তাকার টাঁদা (Protractor) ব্যবহার করতে হয়।

## প্রথম অধ্যায়

### ক্যালকুলেটরের ব্যবহার

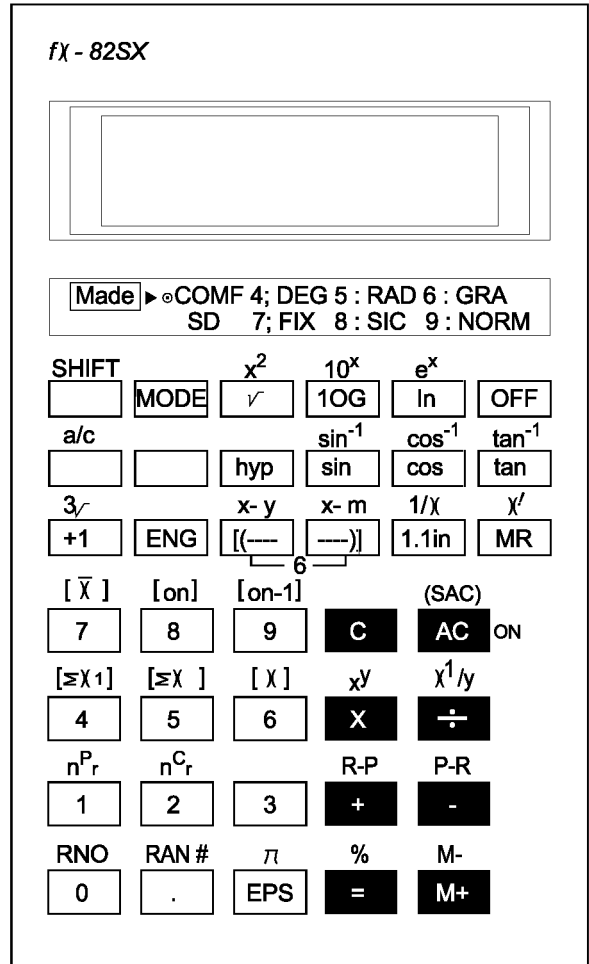
#### ১.১। ভূমিকা

ক্যালকুলেটর একটি আধুনিক হিসাবযন্ত্র। ক্যালকুলেটরের সাহায্যে অনেক জটিল গাণিতিক অপারেশন (Operation) সহজেই সম্পাদন করা যায়। বিভিন্ন প্রকারের ক্যালকুলেটরের মধ্যে সায়েন্টিফিক ক্যালকুলেটর (Scientific Calculator) এর বর্ণনা ও ব্যবহার সম্পর্কে সংক্ষিপ্ত আলোচনা করা হল।

#### ১.২। ক্যালকুলেটরের বর্ণনা

সাধারণত বহনযোগ্য ক্যালকুলেটর তারই ভিতর অবস্থিত ব্যাটারীর সাহায্যে চলে। আজকাল সৌর শক্তি চালিত ব্যাটারীযুক্ত ক্যালকুলেটরও পাওয়া যায়। কিছু কিছু অপেক্ষাকৃত বৃহদাকার ক্যালকুলেটর বিদ্যুতের সাহায্যেও চলে।

সায়েন্টিফিক ক্যালকুলেটর সম্মুখপৃষ্ঠ তিনটি অংশে বিভক্ত। উপরের অংশে অবস্থিত ডিসপ্লে প্লেট (Display plate) এ বিভিন্ন অপারেশনের পর কাজিত সংখ্যা দৃশ্যমান হয়। মধ্যের অংশ গাণিতিক জটিল অপারেশনগুলোর সংকেত সম্বলিত কয়েকটি বোতাম আছে। নিচের অংশে ০ থেকে ৯ পর্যন্ত অঙ্কের এবং C, AC, +, -, x, ÷, = ইত্যাদি সংকেতের বোতাম আছে। ক্যালকুলেটরের ব্যাটারীর শক্তি ঠিক থাকলে কাজ আরম্ভ করার আগে AC চিহ্নিত বোতাম টিপে ON করতে হয়। তখন ডিসপ্লে প্লেটে 0 দেখা যাবে। কাজ শেষ করার পর OFF চিহ্নিত বোতাম টিপলেই ব্যাটারীর সংযোগ ছিন্ন হবে। কিছু কিছু মডেলের ক্যালকুলেটর অব্যবহৃত অবস্থায় কিছুক্ষণ রেখে দিলে আপনা থেকেই ব্যাটারীর সংযোগ ছিন্ন হয়।



চিত্র -১

### ১.৩। অপারেশন পদ্ধতি

বিভিন্ন ফল নির্ণয়ের জন্য ক্যালকুলেটর ভিন্ন ভিন্ন অপারেশনের ব্যবস্থা রয়েছে। এ জন্য অঙ্ক (Digit), . (দশমিক চিহ্ন) এবং যোগ, বিয়োগ, গুণ, ভাগ এর জন্য চিহ্নিত বোতামগুলো টিপতে হবে। প্রয়োজনে মাবের অংশে অবস্থিত ফাংশন চিহ্নিত (sin, log,  $x^y$ ,  $e^x$  ইত্যাদি) বোতামগুলো ব্যবহার করা যাবে। প্রয়োজনীয় অপারেশনগুলো নিম্নোক্ত উদাহরণগুলো মাধ্যমে ব্যাখ্যা করা হয়েছে অপারেশন চিহ্নগুলো আয়তাকার বক্স করে দেখানো হয়েছে। এজন্য CASIO fx 100B মডেলের সায়েন্টিফিক ক্যালকুলেটর ব্যবহার করা হয়েছে। শিক্ষার্থীরা তাদের সংগ্রহকৃত মডেলের সায়েন্টিফিক ক্যালকুলেটর ব্যবহার করবে।

- দ্রষ্টব্য :**
- ১। কোন কোন ক্যালকুলেটরে Shift বলে কোন বোতাম নাই। এরূপ ক্যালকুলেটরের ক্ষেত্রে Shift এর স্থলে INV ব্যবহার করতে হবে। তাই পরবর্তী উদাহরণে প্রযোজ্য ক্ষেত্রে Shift / INV বোতাম দেখানো হয়েছে।
  - ২। প্রত্যেক ক্যালকুলেটরের ধারণ ক্ষমতা সীমিত (এই পুস্তকে ব্যবহৃত ক্যালকুলেটরের ক্ষেত্রে দশ ঘর)। সেজন্য কোন অপারেশনের ফল ধারণ ক্ষমতা অতিরিক্ত হলে তা কর্তিত অবস্থায়ই সংরক্ষিত ও প্রদর্শিত হয়। সে জন্য ক্যালকুলেটরের মাধ্যমে প্রাপ্ত অধিকাংশ ফলই প্রকৃত ফলের আসন্ন মান।
  - ৩। বিভিন্ন মডেলের ক্যালকুলেটর ব্যবহার করলে অথবা অপারেশনের বিভিন্ন পদ্ধতি অনুসরণ করলে একই সমস্যার ফলে কিছুটা পার্থক্য হতে পারে।

**উদাহরণ :** প্রতি ক্ষেত্রে মেশিন-নির্ভুল উত্তর দেখানো হয়েছে।

#### (i) যোগ বিয়োগ গুণ ভাগ

$$23.9 \times 17.5 \times 13.6 \div 3.96 + 7.00931$$

$$23 \boxed{.} 9 \boxed{\times} 17 \boxed{.} 5 \boxed{\times} 13 \boxed{.} 6 \boxed{\div} 3 \boxed{.} 96 \boxed{+} 7 \boxed{.} 00931 = 1443.423451$$

#### (ii) শক্তি (Power)

(a)  $(21)^6$  এর মান নির্ণয় পদ্ধতি

$$21 \boxed{x^y} 6 \boxed{+/-} \boxed{=} 85766121$$

(b)  $(21)^{-6}$  এর মান নির্ণয় পদ্ধতি

$$21 \boxed{x^y} 6 \boxed{+/-} \boxed{=} 1.165961557^{-08}$$

যে সংখ্যাটি ডিসপ্লে প্লটে দৃশ্যমান হবে সেটাই উল্লেখ করা হল। ডান পাশে একটু আলাদা ভাবে প্রদর্শিত 08 সংখ্যাটির অর্থ বাম পাশে প্রদর্শিত সংখ্যাটিকে  $10^{-8}$  দিয়ে গুণ করতে হবে।

$$\text{অর্থাৎ } (21)^{-6} = 1.165961557 \times 10^{-8} = .00000001165961557$$

বিকল্প পদ্ধতি :

$$21 \boxed{x^y} \boxed{6} \boxed{\text{SHIFT / INV}} \boxed{1/x} = 1.165961557^{-8} \text{ দ্বারাও উত্তর পাওয়া যায়।}$$

(iii) মূল (Root)

$$\sqrt[7]{129} = (129)^{\frac{1}{7}} \text{ এর মান নির্ণয় পদ্ধতি :}$$

$$129 \boxed{\text{SHIFT / INV}} \boxed{x^y} \boxed{7} = 2.002224705$$

$$(129)^{\frac{1}{7}} \text{ এর মান নির্ণয় পদ্ধতি :}$$

$$129 \boxed{\text{SHIFT / INV}} \boxed{x^y} \boxed{7} \boxed{+/-} \boxed{=} 0.499444441$$

(iv) সাধারণ লগারিদম (Common logarithm)

$$\log_{10} 99.231 = \log 99.231 \text{ এর মান নির্ণয় পদ্ধতি :}$$

$$99 \boxed{.} \boxed{231} \log = 1.996647368$$

$$\log_{10} x = 2.30103 \text{ হলে } x \text{ এর মান নির্ণয় পদ্ধতি :}$$

$$2 \boxed{.} \boxed{30103} \boxed{\text{SHIFT / INV}} \boxed{\log} = 200.000002$$

(v) স্বাভাবিক বা নেপেরিয়ান লগারিদম (In) (Natural or Napirian logarithm)

$$\log_e 5.23 \text{ এর মান নির্ণয় পদ্ধতি :}$$

$$\log_e 5.23 = \ln 5.23$$

$$5 \boxed{.} \boxed{23} \boxed{\ln} \boxed{=} 1.654411278$$

$$\log_e x = 2.30103 \text{ হলে } x \text{ এর মান নির্ণয় পদ্ধতি :}$$

$$2 \boxed{.} \boxed{30103} \boxed{\text{SHIFT / INV}} \boxed{\ln} = 9.984461155$$

(vi)  $\pi$  এর মান নির্ণয়

$\boxed{\text{EXP}}$  বোতাম টিপলেই  $\pi$  এর আসন্ন মান 3.141592654 পাওয়া যাবে। উল্লেখ্য যে,  $\pi$  একটি অমূলদ সংখ্যা। প্রদর্শিত সংখ্যাটি  $\pi$  এর মেশিন-নির্ভুল আসন্ন মান মাত্র।

## (vii) ত্রিকোণমিতিক অনুপাত

ত্রিকোণমিতিক অনুপাত সংক্রান্ত কাজে প্রথম প্রয়োজন অনুসারে ডিগ্রি অথবা রেডিয়ান ধরন (MODE) নির্ধারণ করে নিতে হবে। এজন্য বিভিন্ন ক্যালকুলেটরে বিভিন্ন পদ্ধতি ব্যবহার করতে হয়। আমাদের ব্যবহৃত CASIO COLLEGE fx 100B ক্যালকুলেটরে **MODE** **4** বোতাম টিপলে ডিগ্রি ধরন এবং **MODE** **5** বোতাম টিপলে রেডিয়ান ধরন চালু হবে। (পরবর্তী কাজে এভাবেই MODE পরিবর্তন নির্দেশ করা হবে) ডিসপ্লে প্লটে প্রয়োজনীয় ধরণ নির্দেশিত থাকলে MODE বোতাম ব্যবহার করতে হবে না।

$\sin 51^{\circ} 35' 41''$  এর মান নির্ণয় পদ্ধতি :

ডিসপ্লে প্লটে RAD প্রদর্শিত হলে

$$\text{MODE } \boxed{4} \boxed{51} \boxed{.} \boxed{''} \boxed{35} \boxed{.} \boxed{''} \boxed{41} \boxed{.} \boxed{''} \sin = 0.783636237$$

$\sin x = .3571$  এর হলে ডিগ্রি এককে  $x$  এর মুখ্যমান নির্ণয় পদ্ধতি :

$$\text{MODE } \boxed{4} \boxed{.} \boxed{3571} \boxed{\text{SHIFT / INV}} \boxed{\sin^{-1}} \boxed{=} \boxed{20.92220354} \text{ (যার অর্থ } 20.92220354^{\circ} \text{)}$$

$$\boxed{\text{SHIFT / INV}} \boxed{.} \boxed{''} \boxed{20^{\circ} 55^{\circ} 19.93} \text{ (যার অর্থ } 20^{\circ} 55' 19.93'' \text{)}$$

$\sin .3333$  এর মান নির্ণয় পদ্ধতি :

ডিসপ্লে প্লটে DEG প্রদর্শিত হলে

$$\text{MODE } \boxed{5} \boxed{.} \boxed{3333} \boxed{\times} \boxed{\text{EXP}} \boxed{=} \boxed{\sin} \boxed{=} \boxed{0.865973039}$$

## (viii) স্মৃতিতে রাখা এবং প্রয়োজনে পুনরায় ব্যবহার করা

কোন সংখ্যা ক্যালকুলেটরের স্মৃতি (memory) তে ধরে রাখা যায় এবং প্রয়োজনমত পুনরায় ডিসপ্লে প্লটে প্রদর্শন করা যায়। অবশ্য ক্যালকুলেটর বন্ধ করে দিলে স্মৃতি নষ্ট হয়ে যায়। ডিসপ্লে প্লটে প্রদর্শিত কোন সংখ্যাকে স্মৃতিতে ধরে রাখতে হলে **Min** (Memory in) বোতাম টিপতে হয়। স্মৃতিতে রাখা কোন সংখ্যাকে ডিসপ্লে প্লটে আনতে হলে **MR** (Memory recall) বোতামটি টিপতে হয়।

$$\boxed{.} \boxed{78363627} \boxed{\text{Min}}$$

$$\boxed{\text{MR}} \boxed{=} \boxed{.78363627}$$

সমস্যা নং ১.১	তারিখ :
---------------	---------

সমস্যা :  $\frac{(3.14)^3 \times (981)^2 \times \sqrt[3]{31362}}{(.002)^5 \times (2926)^2 \times (.10)^3}$  এর আসন্ন মান পাঁচ সার্থক অঙ্ক পর্যন্ত নির্ণয় করতে হবে।

কার্য পদ্ধতি : (নিচে তিন ভাবে সমাধান করার পদ্ধতি বর্ণনা করা হল)

প্রথম পদ্ধতি :

- ১। ক্যালকুলেটর ব্যবহার করে লবের আসন্ন মান নির্ণয় করি এবং খাতায় লিপিবদ্ধ করি।
- ২। ক্যালকুলেটর ব্যবহার করে হরের আসন্ন মান নির্ণয় করি এবং খাতায় লিপিবদ্ধ করি।
- ৩। লবের আসন্ন মানকে হরের আসন্ন মান দিয়ে ভাগ করি এবং খাতায় লিপিবদ্ধ করি।

ফল সংকলন :

লবের মান নির্ণয় :

$$3 \square 14 \square x^y \square 3 \square x \square 981 \square x^y \square 2 \square x \square 313 \square 62 \square INV \square x^y \square 3 \square = 71151816.95$$

হরের মান নির্ণয় :

$$\square 002 \square x^y \square 5 \square x \square 2926 \square x^y \square 2 \square x \square \square 01 \square x^y \square 3 \square = 2.73967232^{-13}$$

$$\text{প্রদত্ত রাশির মান} = \frac{71151816.952}{2.73967232 \times 10^{-13}}$$

$$71151816 \square 95 \square \div \square 2 \square 73967232 \square EXP \square 13 \square +/- \square = 2.59709223^{20}$$

$$\therefore \text{প্রদত্ত রাশির মান} = 2.5971 \times 10^{20}$$

দ্বিতীয় পদ্ধতি :

- ১। ক্যালকুলেটর ব্যবহার করে হরের মান নির্ণয় করি এবং তা ক্যালকুলেটরের স্মৃতিতে **Min** টিপে ধরে রাখি।
- ২। ক্যালকুলেটর ব্যবহার করে লবের আসন্ন মান নির্ণয় করি।
- ৩। লবের আসন্ন মানকে **Min** এ ধরে রাখা হরের আসন্ন মান দিয়ে ভাগ করে চূড়ান্ত ফল নির্ণয় করি।

ফল সংকলন :

হরের মান নির্ণয় এবং স্মৃতিতে সংরক্ষণ :

$$\square 002 \square x^y \square 5 \square x \square 2926 \square x^y \square 2 \square x \square .01 \square x^y \square 3 \square = 2.73967232^{-13} \square \text{Min}$$

লবের মান নির্ণয় এবং স্মৃতিতে সংরক্ষিত হর দ্বারা ভাগ করা :

$$3 \square 14 \square x^y \square 3 \square x \square 981 \square x^y \square 2 \square x \square 13 \square . \square 62 \square \text{INV} \square x^y \square 3 \square = 71151816.95$$

$$\square \div \square \text{MR} \square = 2.5970922320$$

$$\therefore \text{প্রদত্ত রাশির মান} = 2.5971 \times 10^{20}$$

তৃতীয় পদ্ধতি :

ক্যালকুলেটর ব্যবহার করে নিম্নের পদ্ধতিতে প্রদত্ত রাশির মান সরাসরি নির্ণয় করি।

ফল সংকলন :

$$3 \square 14 \square x^y \square 3 \square x \square 981 \square x^y \square 2 \square x \square 13 \square . \square 62 \square \text{INV/SHIFT} \square x^y \square 3 \square \div \square . \square 02 \square x^y \square 5 \square \div \square 2926$$

$$\square x^y \square 2 \square \div \square .01 \square x^y \square 3 \square = 2.5970922320$$

$$\text{প্রদত্ত রাশির আসন্ন মান} = 2.5971 \times 10^{20}$$

সমস্যা নং ১.২	তারিখ :
---------------	---------

সমস্যা : পাঁচটি সার্থক অঙ্ক পর্যন্ত আসন্ন মান নির্ণয় করতে হবে :

$$(ক) \frac{1+\sqrt[3]{0.072}}{1-\sqrt[3]{0.072}} \quad (খ) \left[ \frac{(0.32)^8 \times (625)^4}{(0.00432)^2 \times (0.3125)^3 \times 25} \right]^{\frac{1}{5}} - \log_{10} 319.4727$$

সমস্যা নং ১.৩	তারিখ :
---------------	---------

সমস্যা : পাঁচটি সার্থক অঙ্ক পর্যন্ত আসন্ন মান নির্ণয় করতে হবে :

$$(ক) \frac{1+\sqrt[3]{0.0075}}{1-\sqrt[3]{0.0075}} \quad (খ) \log_{10} \left\{ (2.7)^3 \times (.81)^{\frac{4}{5}} \div (90)^{\frac{4}{5}} \right\}$$

সমস্যা নং ১.৪	তারিখ :
---------------	---------

সমস্যা : পাঁচটি সার্থক অঙ্ক পর্যন্ত আসন্ন মান নির্ণয় করতে হবে :

$$(ক) \frac{(1.31)^5 + 1}{(1.31)^5 - 1} \quad (খ) \sqrt[7]{\frac{(.0081)^3 \times (312.5)^2}{(.0125)^5}} + \frac{\sin 49^\circ + 4136}{\tan 32^\circ 47'}$$

সমস্যা নং ১.৫	তারিখ :
---------------	---------

সমস্যা : (ক)  $56^\circ 9' 36''$  কে রেডিয়ানে প্রকাশ করতে হবে।

(খ) 0.7456 ৳ কে ডিগ্রি, মিনিট, সেকেন্ডে প্রকাশ করতে হবে।

(গ) মান নির্ণয় করতে হবে :  $\sin 47^\circ 52'$

(ঘ) x এর মান ডিগ্রি ও রেডিয়ানে প্রকাশ করতে হবে, যখন x সূক্ষ্মকোণ।

(i)  $\sin x = 0.3241$  (ii)  $\tan x = 2.4583$  (iii)  $\cos x = 0.7645$ .

সমস্যা নং ১.৬	তারিখ :
---------------	---------

সমস্যা : (ক)  $26^\circ 32' 24''$  কে রেডিয়ানে প্রকাশ করতে হবে।

(খ) 0.1926 ৳ কে ডিগ্রি, মিনিট, সেকেন্ডে প্রকাশ করতে হবে।

(গ) মান নির্ণয় করতে হবে :  $\cos 44^\circ 32'$

(ঘ) x এর মান ডিগ্রি ও রেডিয়ানে প্রকাশ করতে হবে, যখন x সূক্ষ্মকোণ।

(i)  $\sin x = 0.7$  (ii)  $\tan x = 2\cos x$  (iii)  $\cos x = 0.6$ .

সমস্যা নং ১.৭	তারিখ :
---------------	---------

সমস্যা : (ক)  $36^\circ 26' 28''$  কে রেডিয়ানে প্রকাশ করতে হবে।

(খ) 0.3723 ৳ কে ডিগ্রি, মিনিট, সেকেন্ডে প্রকাশ করতে হবে।

(গ) মান নির্ণয় করতে হবে :  $\tan 71^\circ 38'$

(ঘ) x এর মুখ্যমান ডিগ্রি ও রেডিয়ানে প্রকাশ করতে হবে :

(i)  $\tan x = 0.4$  (ii)  $\cot x = 2.1$  (iii)  $\sec x = 1.8$ .

সমস্যা নং ১.৮	তারিখ :
---------------	---------

$$\text{সমস্যা : } \left[ \frac{(0.32)^8 \times (625)^4}{(0.00432)^2 \times (0.3125)^3 \times 25} \right]^{\frac{1}{5}} - \log_{10} 319.4727 \text{ এর আসন্ন মান পাঁচ সার্থক অঙ্ক পর্যন্ত নির্ণয়।}$$

**তত্ত্ব :** ক্যালকুলেটরের সাহায্যে জটিল গাণিতিক হিসাব আনায়াসে সম্পাদন করা যায়।

**প্রয়োজনীয় উপকরণ :**

- ১। একটি সায়েন্টিফিক ক্যালকুলেটর
- ২। খাতা
- ৩। কলম ইত্যাদি।

**কার্য পদ্ধতি :**

ক্যালকুলেটর ব্যবহার করে নিচের পদ্ধতিতে প্রদত্ত রাশির মান সরাসরি নির্ণয় করি।

**ফল সংকলন :**

$$\boxed{.} \boxed{32} \boxed{x^y} \boxed{8} \boxed{x} \boxed{625} \boxed{x^y} \boxed{4} \boxed{\div} \boxed{.} \boxed{00432} \boxed{x^y} \boxed{2} \boxed{\div} \boxed{.} \boxed{31} \boxed{2} \boxed{5} \boxed{x^y} \boxed{3} \boxed{\div} \boxed{25} \boxed{=} \boxed{INV} \boxed{x^y} \boxed{5} \boxed{=} \boxed{-} \boxed{319} \boxed{.} \boxed{4727} \boxed{\log} \boxed{=} \boxed{257.0643521}$$

∴ প্রদত্ত রাশির মান = 257.06435

**সতর্কতা :**

১. ক্যালকুলেটর ব্যবহারের সময় সাবধানতার সাথে কাজ করতে হবে।
২. কোন মোডে ক্যালকুলেটর আছে তা দেখে নিতে হবে।
৩. এমনভাবে বোতাম টিপতে হবে যাতে অন্য ফাংশন ক্যালকুলেটরে না আসে।

### অনুশীলনী ১

প্রতি ক্ষেত্রে মেশিন-নির্ভুল উত্তর দেখাতে হবে।

মান নির্ণয় কর :

১।  $2.43 \times 72.3 \times 3.14 \div 26.031 - 4.0079$

২। (ক)  $(23 \cdot 1)^{\frac{1}{4}}$  (খ)  $(3 \cdot 1415)^{\frac{1}{4}}$

৩। (ক)  $(13 \cdot 602)^5$  (খ)  $(29 \cdot 375)^3$

৪। (ক)  $\log_{10} 321 \cdot 4927$  (খ)  $\log_{10} x = \cdot 99167$  হলে x এর মান কত?

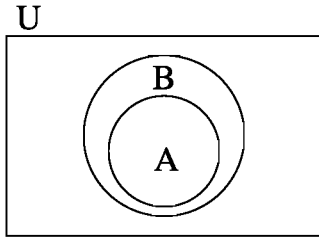
৫।  $\log_e 321 \cdot 4927$

৬।  $\tan 47^\circ 53' 37''$

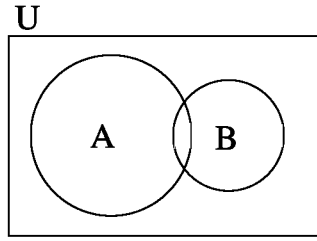
## দ্বিতীয় অধ্যায় সেট এবং অন্বয়

### ২.১। ভেন চিত্রের প্রয়োগ

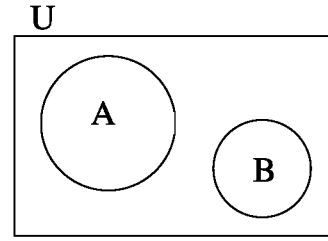
বিখ্যাত ইংরেজ তর্কশাস্ত্রবিদ জন্ ভেন যুক্তিশাস্ত্রে বিভিন্ন সমস্যা সমাধানের জন্য সর্ব প্রথম চিত্রের সাহায্য গ্রহণ করেন। তাঁর অনুসরণে চিত্রের সাহায্য সেট সংক্রান্ত বিভিন্ন প্রক্রিয়া ব্যাখ্যা করা হয়। এরূপ চিত্রকে ভেন চিত্র (**Venn diagram**) বলা হয়। নিম্নে কয়েকটি ভেন চিত্র দেখানো হল। এগুলোতে সার্বিক সেট  $U$  কে আয়তক্ষেত্র দ্বারা এবং সার্বিক সেটের উপসেটগুলোকে বিভিন্ন আকারের বৃত্তক্ষেত্র দ্বারা চিত্রিত করা হয়েছে।



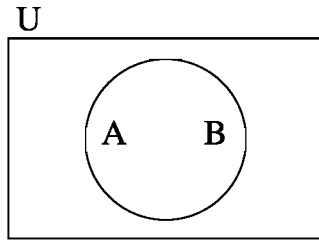
$$A \subset U, B \subset U \\ A \subset B$$



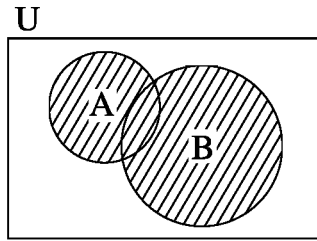
$$A \subset U, B \subset U \\ A \not\subset B, B \not\subset A$$



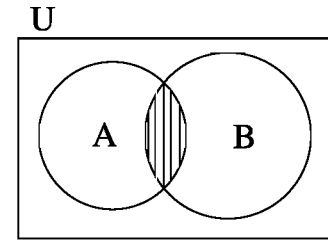
$$A \subset U, B \subset U \\ A, B, \text{ নিচ্ছেদ সেট}$$



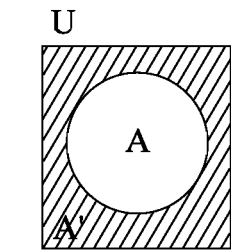
$$A \subset U, B \subset U \\ A = B$$



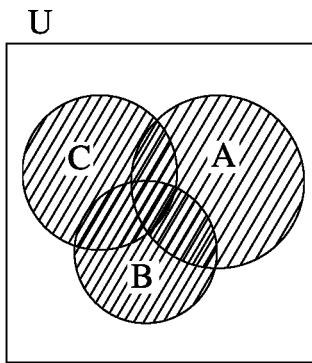
$$A \cup B$$



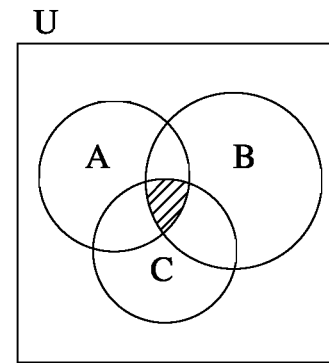
$$A \cap B$$



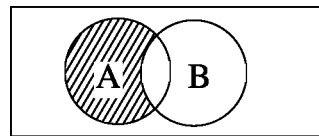
$$A \text{ এর পূরক সেট}$$



$$A \cup B \cup C$$



$$A \cap B \cap C$$



$$A \setminus B$$

চিত্র : ২

সমস্যা নং ২.১	তারিখ :
---------------	---------

সমস্যা : যেকোন  $A, B$  সেটের জন্য ভেন চিত্রের সাহায্যে দেখাতে হবে যে,  $B \setminus A' = B \cap A$

তত্ত্ব : সেট  $B \setminus A'$  এবং  $B \cap A$  সমান হবে যদি ভেন চিত্রে তারা একই এলাকা দ্বারা প্রদর্শিত হয়।

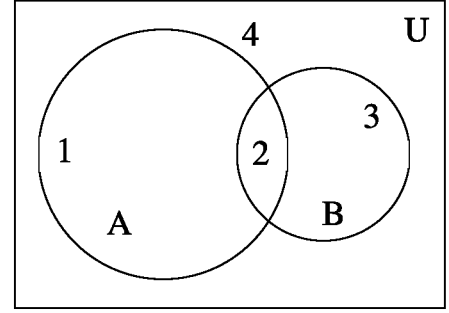
কার্য পদ্ধতি :

১। দুইটি পরস্পরচ্ছেদী বৃত্ত দ্বারা  $A, B$  সেট দুইটি সূচিত করি

২। বৃত্তদ্বয়কে একটি আয়তক্ষেত্রের মধ্যে আবদ্ধ করি যেন ঐ

আয়তক্ষেত্র সার্বিক সেট  $U$  সূচিত করে।

৩। চিত্রের বিভিন্ন অংশকে 1,2,3,4 লিখে চিহ্নিত করি।



চিত্র -৩

ফল

সেট	যে যে এলাকা নিয়ে গঠিত	মন্তব্য/ কারণ
$U$	1,2,3,4	সার্বিক সেট
$A$	1,2	অঙ্কন
$B$	2,3	অঙ্কন
$B \cap A$	2	$B \cap A = \{ x : x \in B \text{ এবং } x \in A \}$
$A'$	3, 4	$A' = \{ x : x \in U \text{ এবং } x \notin A \}$
$B \setminus A'$	2	$B \setminus A = \{ x : x \in B \text{ এবং } x \notin A' \}$

$\therefore$  চিত্রে  $B \setminus A' = B \cap A$ .

সমস্যা নং ২.২	তারিখ :
---------------	---------

সমস্যা : যে কোন  $A, B, C$  সেটের জন্য ভেন চিত্রের সাহায্যে দেখাতে হবে যে

$$A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$$

তত্ত্ব : সেট  $A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$  এবং সমান হবে যদি ভেন চিত্রে তারা একই এলাকা

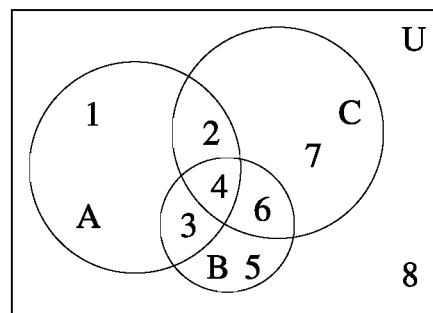
দ্বারা প্রদর্শিত হয়।

## কার্য পদ্ধতি :

১। তিনটি বৃত্ত দ্বারা A, B, C সেট তিনটি সূচিত করি। A, B, C বৃত্ত তিনটি এরূপে নিই যেন তারা একে অপরকে ছেদ করে এবং তিনটি বৃত্তেরও একটি সাধারণ ছেদাংশ থাকে।

২। A, B, C বৃত্ত তিনটিকে একটি আয়তক্ষেত্রের মধ্যে আবদ্ধ করি। মনে করি, ঐ আয়তক্ষেত্রের সার্বিক সেট U সূচিত করে।

৩। চিত্রের বিভিন্ন এলাকাকে 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, লিখে চিহ্নিত করি।



চিত্র -8

## ফল :

সেট	যে যে এলাকা নিয়ে গঠিত	কারণ/মন্তব্য
U	1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8	সার্বিক সেট
A	1, 2, 3, 4	অঙ্কন
B	3, 4, 5, 6	অঙ্কন
C	2, 4, 6, 7	অঙ্কন
$B \cap C$	4, 6	$B \cap C = \{x : x \in B \text{ এবং } x \in C\}$
$A \cup (B \cap C)$	1, 2, 3, 4, 6	$A \cup (B \cap C) = \{x : x \in A \text{ অথবা } x \in B \cap C\}$
$A \cup B$	1, 2, 3, 4, 5, 6	$A \cup B = \{x : x \in A \text{ অথবা } x \in B\}$
$A \cup C$	1, 2, 3, 4, 6, 7	$A \cup C = \{x : x \in A \text{ অথবা } x \in C\}$
$(A \cup B) \cap (A \cup C)$	1, 2, 3, 4, 6	$(A \cup B) \cap (A \cup C) = \{x : x \in A \cup B \text{ এবং } A \cup C\}$

$\therefore$  চিত্রে  $A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$ .

সমস্যা নং ২.৩ -২.৭	তারিখ :
--------------------	---------

সমস্যা : যেকোন সেট A ও B এর জন্য ভেন চিত্রের সাহায্যে দেখাতে হবে যে,

(ক)  $A \cup (A' \cap B) = A \cup B$

(খ)  $A \cap (A' \cup B) = A \cap B$

(গ)  $(A \cap B)' = A' \cup B'$

(ঘ)  $(A \cup B)' = (A' \cap B')$

(ঙ)  $(A \cap B) \cup (A \cap B') = A$

সমস্যা নং ২.৮ -২.১২	তারিখ :
---------------------	---------

সমস্যা : যেকোন সেট A B ও C এর জন্য ভেন চিত্রের সাহায্যে দেখাতে হবে যে,

(ক)  $(A \cup B) \cup C = A \cup (B \cup C)$

(খ)  $(A \cap B) \cap C = A \cap (B \cap C)$

(গ)  $A \cup (B \cap C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$

(ঘ)  $(A \cap B \cap C)' = A' \cup B' \cup C'$

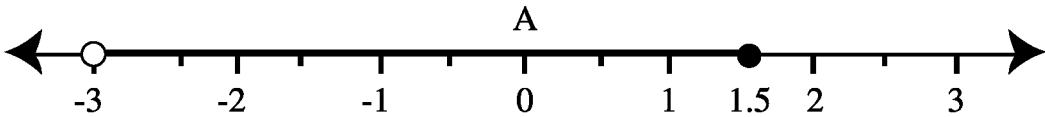
(ঙ)  $A \setminus (B \cup C) = (A \setminus B) \cup (A \setminus C)$

সমস্যা নং ২.১৩	তারিখ :
----------------	---------

সমস্যা : সংখ্যা রেখায় R এর উপসেট  $A = \{x : -3 < x \leq 1.5\}$  চিত্রিত করতে হবে।

কার্য পদ্ধতি :

- ১। খাতায় একটি অনুভূমিক সরলরেখা আঁকি এবং তাতে মূলবিন্দু 0 চিহ্নিত করি।
- ২। মূলবিন্দুর ডান পাশে সুবিধামত একক (এক্ষেত্রে ২ সে. মি.) দূরত্বে পর পর 1, 2, 3 বিন্দুগুলো চিহ্নিত করি।
- ৩। মূলবিন্দুর বাম পাশে একই একক দূরত্বে পর পর -1, -2, -3 বিন্দুগুলো চিহ্নিত করি।
- ৪। 1 এবং 2 এর অন্তর্বর্তী 1.5 বিন্দু (এক্ষেত্রে এই বিন্দু দুইটি দ্বারা খণ্ডিত রেখাংশের মধ্যবিন্দু) চিহ্নিত করি।
- ৫। -3 বিন্দুটিকে ফাঁকা বৃত্ত (o) দিয়ে ও 1.5 সূচক বিন্দুটিকে ভরাট বৃত্ত (●) দিয়ে এবং তাদের মধ্যবর্তী রেখার অংশকে মোটা দাগ দিয়ে চিহ্নিত করি।
- ৬। সংখ্যারেখার চিহ্নিত অংশই যে A সেটের চিত্ররূপ তা ঐ অংশের উপর A লিখে নির্দেশ করি।



চিত্র : ৫

সমস্যা নং ২.১৪ - ২.১৬	তারিখ :
-----------------------	---------

সমস্যা : ভিন্ন ভিন্ন সংখ্যারেখার  $R$  এর নিম্নোক্ত উপসেটগুলো চিত্রিত করতে হবে :

(i)  $A = \{x : -\frac{3}{4} \leq x < 3\}$

(ii)  $B = \{x : x \geq 4\}$

(iii)  $C = \{x : x < -0.5\}$

সমস্যা নং ২.১৭	তারিখ :
----------------	---------

সমস্যা : একই সংখ্যা রেখার  $R$  এর উপসেট

$A = \{x : -1 < x \leq 3\}$  এবং

(ii)  $B = \{x : x > 2\}$  এবং চিত্রিত করে

(iii)  $C = A \cap B$  এবং  $D = A \cup B$  দেখাতে হবে।

সমস্যা নং ২.১৮	তারিখ :
----------------	---------

সমস্যা :  $(2x - 1)(x + 2) \leq 0$  অসমতার সমাধান সেটকে  $R$  এর উপসেট রূপে সংখ্যারেখায় চিত্রিত করতে হবে।

তত্ত্ব :  $a < b$  এর জন্য  $(x - a)(x - b) \leq 0$  অসমতার সমাধান সেট  $S = \{x : a \leq x \leq b\}$

কার্য পদ্ধতি :

১। প্রদত্ত অসমতাটি সমাধান করে সমাধান সেট  $S = \{x : -2 \leq x \leq \frac{1}{2}\}$  নির্ণয় করি।

২। খাতায় একটি অনুভূমিক সরল রেখা এঁকে তাতে মূলবিন্দু 0 চিহ্নিত করি।

৩। সুবিধামত একক নিয়ে (সমস্যা নং ২.৫ এর কার্য পদ্ধতির অনুসরণ)  $\frac{1}{2}$ , 1 এবং -1, -2 বিন্দুগুলো চিহ্নিত করি।

৪। -2 এবং  $\frac{1}{2}$  বিন্দু দুইটিকে ● দাগ দ্বারা চিহ্নিত করে তাদের মধ্যকার রেখাংশকে মোটা দাগ দিয়ে চিহ্নিত করি।

৫। সংখ্যা রেখার এই চিহ্নিত অংশই যে S সেটের চিত্র তা তার উপর S লিখে নির্দেশ করি।

সমাধান সেট নির্ণয় :

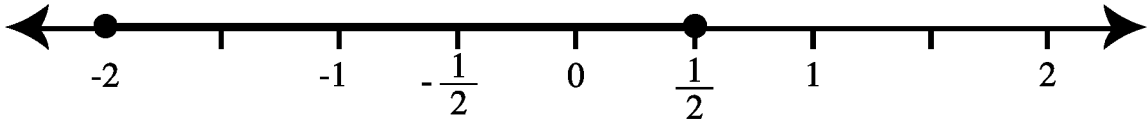
$$(i) (2x - 1)(x + 2) \leq 0$$

$$\text{বা, } 2(x - \frac{1}{2})(x + 2) \leq 0$$

$$\text{বা, } (x + 2)(x - \frac{1}{2}) \leq 0 \text{ [উভয় পক্ষে } \frac{1}{2} \text{ দ্বারা গুণ করে]}$$

$$\text{বা, } \{x - (-2)\}(x - \frac{1}{2}) \leq 0$$

$$\therefore \text{নির্ণয় সমাধান : } -2 \leq x \leq \frac{1}{2}$$



চিত্র : ৬

সমস্যা নং ২.১৯ -২.২২	তারিখ :
----------------------	---------

সমস্যা : নিম্নোক্ত প্রত্যেক অসমতার সমাধান সেটকে আলাদা আলাদা সংখ্যা রেখায় চিত্রিত করতে হবে :

$$(ক) x^2 - 3x - 4 \leq 0$$

$$(খ) (x + 1)(x - 2) \geq 0$$

$$(গ) 2(2-x)x \geq (1+x)$$

$$(ঘ) 2(2-x) \geq x(1+x)$$

সমস্যা নং ২.২৩	তারিখ :
----------------	---------

সমস্যা :  $A = \{x : x \in \mathbb{R} \text{ এবং } -2 < x < 5\}$  এবং  $B = \{y : y \in \mathbb{R} \text{ এবং } -\frac{3}{4} \leq y \leq \frac{2}{5}\}$  হলে স্থানাঙ্ক তলে  $A \times B$  এর লেখচিত্র আঁকতে হবে।

তত্ত্ব :  $A \times B = \{(x, y) : x \in A \text{ এবং } y \in B\}$

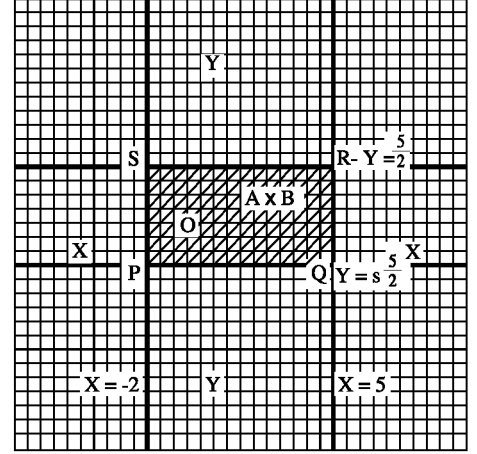
এখানে,  $A \times B = \{(x, y) : (x, y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R}, -2 < x < 5 \text{ এবং } -\frac{3}{4} \leq y \leq \frac{2}{5}\}$ ।

কার্য পদ্ধতি :

১। ছক কাগজে  $x$  অক্ষ  $X'OX$  এবং  $y$  অক্ষ  $Y'OY$  আঁকি।

২। সুবিধামত একক (একত্রে ৪ ছোটঘর = ১ একক) নিয়ে  $x$  অক্ষে  $-2$  ও  $5$  বিন্দু দুইটি চিহ্নিত করি এবং এদের প্রত্যেকটি দিয়ে  $y$  অক্ষের সমান্তরাল রেখা আঁকি।

- ৩। একই একক নিয়ে  $y$  অক্ষে  $-\frac{3}{4}$  ও  $\frac{5}{2}$  বিন্দু দুইটি চিহ্নিত করি এবং এদের প্রত্যেকটি দিয়ে  $x$ -অক্ষের সমান্তরাল রেখা আঁকি।
- ৪। উপরে বর্ণিত রেখাগুলো দ্বারা সীমাবদ্ধ আয়তক্ষেত্রটিকে PQRS নামে অভিহিত করি এবং গাঢ় দাগ দিয়ে চিহ্নিত করি।
- ৫। গাঢ় আয়তক্ষেত্রটির ভিতর  $A \times B$  লিখে এটিই যে ঙ্গস্পিত লেখচিত্র তা নির্দেশ করি।



চিত্র -৭

সমস্যা নং ২.২৪

তারিখ :

সমস্যা :  $2x + 3y + 7 \leq 0$  অসমতার সমাধান সেটের লেখচিত্র আঁকতে হবে।

তত্ত্ব :  $2x + 3y + 7 = 0$  সমীকরণের লেখ একটি সরলরেখা এবং  $(0, 0)$  বিন্দুতে  $2x + 3y + 7 = 0$  এর মান  $7 > 0$  বলে মূলবিন্দুর দিক রেখাটির ধনাত্মক দিক বলা হয়।

কার্য পদ্ধতি :

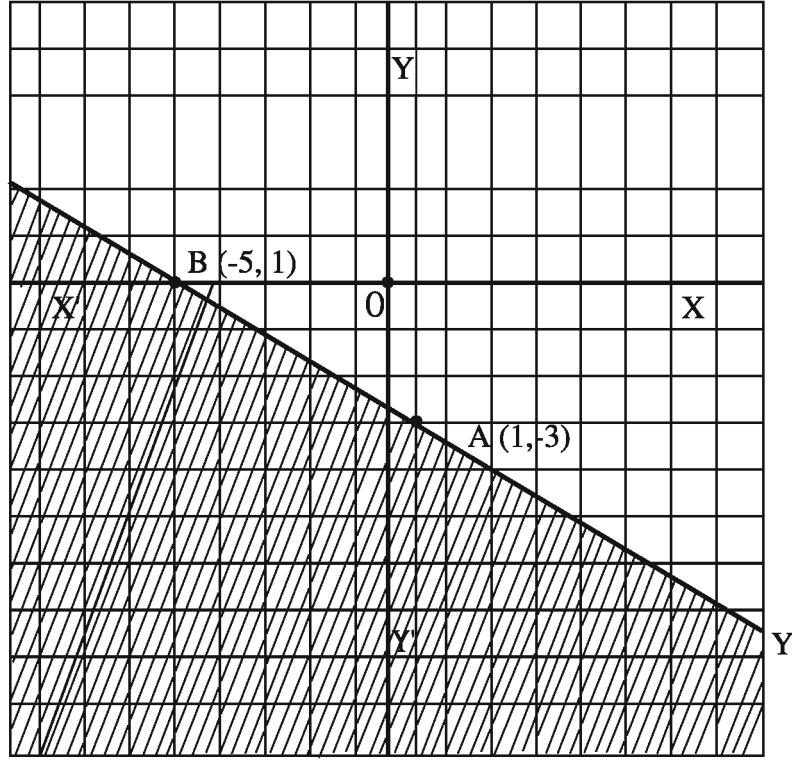
- ১।  $2x + 3y + 7 = 0$  সমীকরণের দুইটি বিন্দু  $(1, -3)$  এবং  $(-5, 1)$  নির্ণয় করি।
- ২। ছক কাগজে  $x$  অক্ষে  $X'OX$  ও  $y$  অক্ষে  $Y'OY$  একে সুবিধাজনক একক (এক্ষেত্রে ১ ছোট ঘর = ১ একক) নিয়ে  $A(1, -3)$  ও  $B(-5, 1)$  বিন্দু দুইটি চিহ্নিত করি এবং  $AB$  সরলরেখাটি আঁকি।
- ৩। এই রেখার উপর অবস্থিত নয় এমন একটি বিন্দু  $(0, -4)$  নিই। এখন  $(0, -4)$  বিন্দুটি লেখচিত্রের নিচের অংশে আছে। এই বিন্দুতে  $2x + 3y + 7 = 0 + 3 \times (-4) + 7 = -5 < 0$ ।
- সুতরাং লেখরেখাটি ও তার নিচের অংশ (অর্থাৎ যে অংশে  $(0, -4)$  বিন্দুটি অবস্থিত) সমন্বয়ে গঠিত সমতলের অংশটুকুই প্রদত্ত অসমতার সমাধান সেটের লেখ।
- ৪।  $AB$  রেখাসহ রেখাটির নিচের এলাকা গাঢ়ভাবে চিত্রিত করে সমাধান সেটের লেখচিত্র নির্দিষ্ট করি।

বিন্দু নির্ণয় :

x	1	-5
y	-3	1

$$\begin{aligned}
 x = 1, & \rightarrow 2 \times 1 + 3y + 7 = 0 \\
 & \rightarrow 3y + 9 = 0 \quad \therefore y = -3 \\
 y = 1, & \rightarrow 2x + 3 \times 1 + 7 = 0 \\
 & \rightarrow 2x + 10 = 0 \quad \therefore x = -5
 \end{aligned}$$

ফর্ম্যা নং- ৩ ব্য: গণিত ৯ম



চিত্র : ৮

সমস্যা নং ২.২৫ - ২.২৭

তারিখ :

সমস্যা নং : নিম্নোক্ত প্রত্যেক অসমতার সমাধান সেটের লেখচিত্র (আলাদা ভাবে) আঁকতে হবে।

(ক)  $3x + 4y \leq 12$

(খ)  $3x + 4y \leq 18$

(গ)  $2x + 3y \leq 6.$

সমস্যা নং ২.২৮

তারিখ :

সমস্যা নং  $x^2 + y^2 - 14x + 12y + 21 \leq 0$  অসমতার সমাধান সেট স্থানাংক তলে চিত্রিত করতে হবে।

তত্ত্ব :  $(x - h)^2 + (y - k)^2 > r^2$  সমীকরণের লেখ একটি বৃত্ত যায় কেন্দ্র  $(h, k)$  বিন্দু ও যার ব্যাসার্ধ  $r$  এবং শুধুমাত্র এই বৃত্তের অভ্যন্তরস্থ  $(x, y)$  বিন্দুসমূহের জন্য  $(x - h)^2 + (y - k)^2 < r^2$ ।

## কার্য পদ্ধতি :

$$১। x^2 + y^2 - 14x + 12y + 21 = 0$$

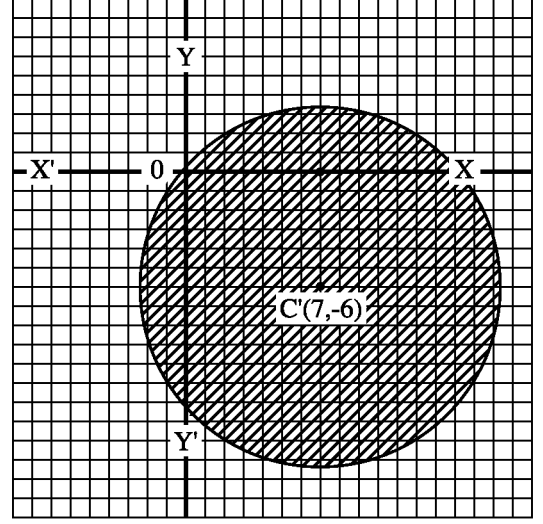
$$\text{সমীকরণটিকে } (x - 7)^2 + \{y - (-6)\}^2 = 8^2$$

আকারে রূপান্তরিত করে দেখি যে সমীকরণটির লেখ একটি বৃত্ত যার কেন্দ্র (7, -6) ও ব্যাসার্ধ 8।

২। ছক কাগজে x অক্ষ ও y অক্ষ আঁকি এবং সুবিধামত একক (এক্ষেত্রে ১ ছোট ঘর = 1 একক) নিয়ে

C (7, -6) বিন্দুটি চিহ্নিত করি।

৩। C কেন্দ্র করে 8 একক ব্যাসার্ধ নিয়ে একটি বৃত্ত আঁকি।



চিত্র : ৯

৪। বৃত্তটিকে ও বৃত্তটি দ্বারা সীমাবদ্ধ এলাকাকে গাঢ় করে প্রদত্ত অসমতার সমাধান সেট বিহিত করি।

## রূপান্তর :

$$x^2 + y^2 - 14x + 12y + 21 = 0$$

$$\text{বা, } (x^2 - 14x + 49) + (y^2 + 12y + 36) = 49 + 36 - 21$$

$$\text{বা, } (x - 7)^2 + (y + 6)^2 = 64$$

$$\text{বা, } (x - 7)^2 + \{y - (-6)\}^2 = 8^2$$

সমস্যা নং ২.২৯ - ২.৩০

তারিখ :

সমস্যা : নিম্নোক্ত প্রত্যেক অসমতার সমাধান সেট আলাদা ভাবে চিত্রিত করতে হবে।

$$\text{(ক) } x^2 + y^2 + 4x + 6y + 4 \leq 0$$

$$\text{(খ) } x^2 + y^2 + 8x - 6y - 11 \leq 0$$

সমস্যা নং ২.৩১

তারিখ :

সমস্যা :  $\frac{x^2}{36} + \frac{y^2}{25} = 1$  সমীকরণের লেখচিত্র অঙ্কন করতে হবে।

পর্যবেক্ষন : লক্ষ করি যে,

(১) প্রদত্ত সমীকরণে x এর স্থলে -x বসালে সমীকরণটির কোন পরিবর্তন হয় না। সুতরাং লেখচিত্রটি y অক্ষের সাপেক্ষে প্রতিসম। অনুরূপভাবে y এর স্থলে -y বসালে ও সমীকরণটির কোন পরিবর্তন হয় না। অতএব লেখচিত্রটি x অক্ষের সাপেক্ষে ও প্রতিসম। সুতরাং প্রথম চতুর্ভাগে অবস্থিত অংশের লেখ আঁকাই যথেষ্ট।

(২) প্রদত্ত সমীকরণে  $\frac{x^2}{36} \leq 1$  অর্থাৎ  $-6 \leq x \leq 6$ .

সুতরাং প্রথম চতুর্ভাগে সমীকরণটির সমাধান সেট  $S = \{ (x, y) : 0 \leq x \leq 6, y = \frac{5}{6}\sqrt{36-x^2} \}$ .

### কার্য পদ্ধতি

- ১।  $x = 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6$ , এর জন্য সমীকরণ থেকে  $y$  এর অঙ্কণাত্মক আসন্ন মান নির্ণয় করি।
- ২। ছক কাগজে  $x$  অক্ষ ও  $y$  অক্ষ এঁকে সুবিধামত একক (এক্ষেত্রে 1 ছোট ঘর = 1 একক) নিয়ে নির্ণীত  $(x, y)$  বিন্দুগুলো স্থাপন করি।
- ৩। স্থাপিত বিন্দুগুলো দিয়ে সুসমভাবে বক্ররেখা টেনে লেখচিত্রের প্রথম চতুর্ভাগে অবস্থিত অংশ আঁকি।
- ৪।  $y$  অক্ষে প্রতিবিম্বিত করে লেখচিত্রের দ্বিতীয় চতুর্ভাগে অবস্থিত অংশ আঁকি।
- ৫।  $x$  অক্ষে প্রতিবিম্বিত করে লেখচিত্রের বাকি অংশ এঁকে লেখচিত্রটি সম্পূর্ণ করি।

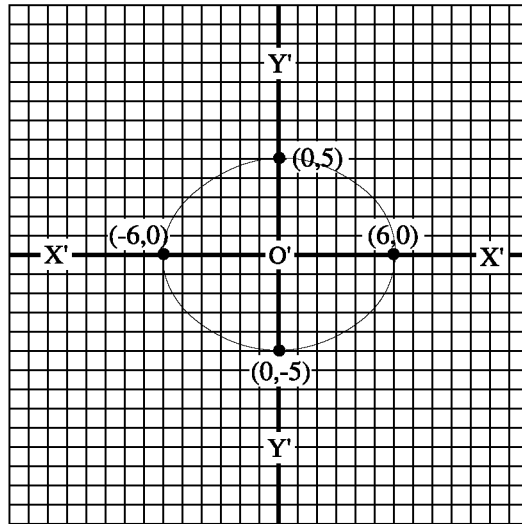
### বিন্দু নির্ণয়

সমীকরণ থেকে পাই  $y^2 = 25 \left(1 - \frac{x^2}{36}\right)$  বা  $y = \pm \frac{5}{6}\sqrt{36-x^2}$

$y = \frac{5}{6}\sqrt{36-x^2}$  যেহেতু প্রথম চতুর্ভাগে  $x > 0, y > 0$ . সুতরাং  $y$  এর ঋণাত্মক মান অগ্রাহ্য করে।

ক্যালকুলেটর ব্যবহার করে নিচের ছক পূরণ করে পাই,

x	0	1	2	3	4	5	6
y	5	4.93	4.71	4.33	3.73	2.76	0



চিত্র : ১০

সমস্যা নং ২.৩২ - ২.৩৩	তারিখ :
-----------------------	---------

সমস্যা : নিম্নোক্ত প্রত্যেক অসমতার সমাধানের লেখচিত্র (আলাদা আলাদা ভাবে) আঁকতে হবে :

(ক)  $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4} \leq 1$

(খ)  $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{49} \leq 1$

সমস্যা নং ২.৩৪ - ২.৩৭	তারিখ :
-----------------------	---------

সমস্যা : নিম্নোক্ত প্রত্যেক সমীকরণের লেখচিত্র (আলাদা আলাদা ভাবে) আঁকতে হবে ।

(ক)  $y = 4x^2$  (খ)  $y = -3x^2$

(গ)  $y^2 = 12x$  (ঘ)  $y^2 = -9x$

### নমুনা সমস্যা

সমস্যা নং ২.৩৪ - ২.৩৮	তারিখ :
-----------------------	---------

সমস্যা :  $2x - 3y \leq -6$  অসমতার সমাধান সেটের লেখচিত্র আঁকতে হবে ।

তত্ত্ব :  $2x - 3y + 6 = 0$  সমীকরণের রেখা একটি সরল রেখা এবং  $(0,0)$  বিন্দুতে  $2x + 3y + 6 = 0$  এর মান যা একটি ধনাত্মক সংখ্যা বলে মূলবিন্দুর দিক রেখাটির ধনাত্মক দিক ।

প্রয়োজনীয় উপকরণ : ১। সরু করে কাটা একটি পেন্সিল

২। স্কেল

৩। ছক কাগজ

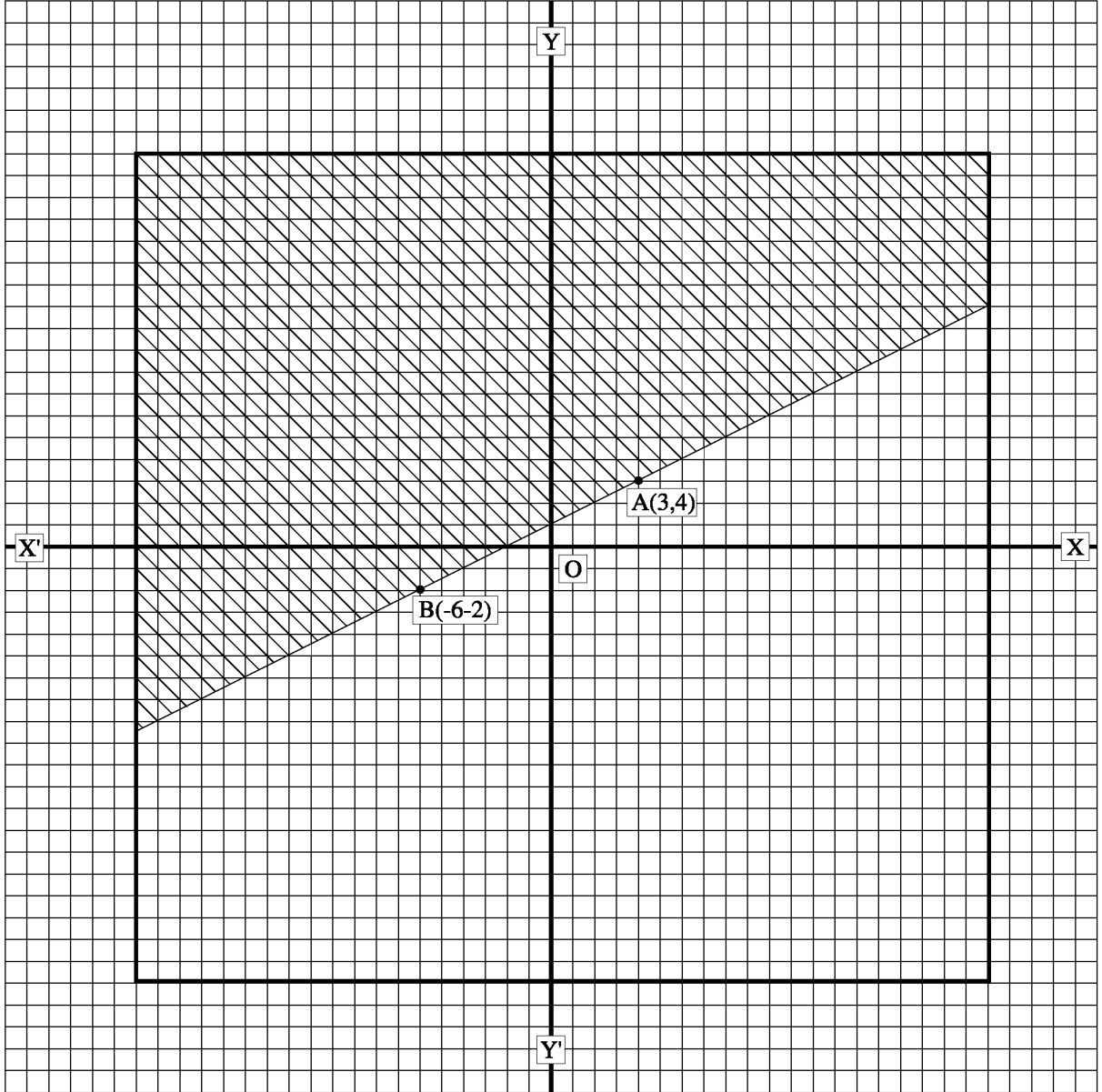
৪। বলপেন

৫। রাবার ইত্যাদি

কাজের ধারা : ১।  $2x - 3y + 6 = 0$  সমীকরণের দুইটি সমাধান  $(3, 4)$  এবং  $(-6, -2)$  নির্ণয় করি ।

২। ছক কাগজে  $x$  অক্ষে  $X'OX$  এবং  $y$  অক্ষে  $Y'OY$  এঁকে সুবিধাজনক একক নিয়ে  $A(3,4)$  এবং  $B(-6, -2)$  বিন্দু দুইটি চিহ্নিত করি এবং  $AB$  রেখাটি আঁকি ।

৩।  $AB$  রেখাসহ রেখাটির ঋণাত্মক দিক (এক্ষেত্রে মূলবিন্দুর বিপরীত) গাঢ়ভাবে চিত্রিত করি এবং সমাধান সেটের লেখচিত্র নির্দিষ্ট করি ।



চিত্র : ১১

সমাধান নির্ণয় :

$$x = 3 \Rightarrow 6 - 3y + 6 = 0$$

$$\Rightarrow -3y = -12$$

$$\therefore y = 4$$

$$x = -6 \Rightarrow -12 - 3y + 6 = 0$$

$$\Rightarrow -3y = 6$$

$$\therefore y = -2$$

বিন্দু নির্ণয় :

x	3	-6
y	4	-2

$$(x,y) = (3, 4), (-6, -2)$$

**ফলাফল :**  $2x - 3y \leq -6$  অসমতার সমাধান সেটের লেখচিত্র চক কাগজের প্রথম, দ্বিতীয় ও তৃতীয় চতুর্ভাগে অবস্থিত।

**সতর্কতা :** ১। নির্ভুল লেখচিত্র পাবার জন্য সরু করে কাটা পেন্সিল ব্যবহার করতে হবে।

২। বিন্দুগুলো সংযোজন করার সময় সাবধানতা অবলম্বন করতে হবে।

নমুনা সমস্যা :

সমস্যা নং ২.৩৯	তারিখ :
----------------	---------

**সমস্যা :**  $y = x^2$  সমীকরণের লেখচিত্র অঙ্কন করতে হবে।

**তত্ত্ব :** সমীকরণের সমাধান সেট  $S = \{(x,y) : y = x^2\}$ .

**পর্যবেক্ষণ :** লক্ষ্য করি যে,

(১) প্রদত্ত সমীকরণে  $x$  এর স্থলে  $-x$  বসালে সমীকরণটির কোন পরিবর্তন হয় না। সুতরাং লেখচিত্রটি  $y$  অক্ষের সাপেক্ষে প্রতিসম।

(২) প্রদত্ত সমীকরণে  $-\infty < x < \infty$  এবং  $0 \leq y < \infty$

**প্রয়োজনীয় উপকরণ :** ক্যালকুলেটর, রাবার, সার্পনার, গ্রাফ পেপার, সরু করে কাটা HB পেন্সিল, খাতা, কলম ইত্যাদি।

**কার্য পদ্ধতি :**

(১)  $x$  এর মান  $0, \pm 1, \pm 2, \pm 3, \pm 4, \dots$  এর জন্য  $y = x^2$  সমীকরণ থেকে  $y$  এর মান নির্ণয় করি।

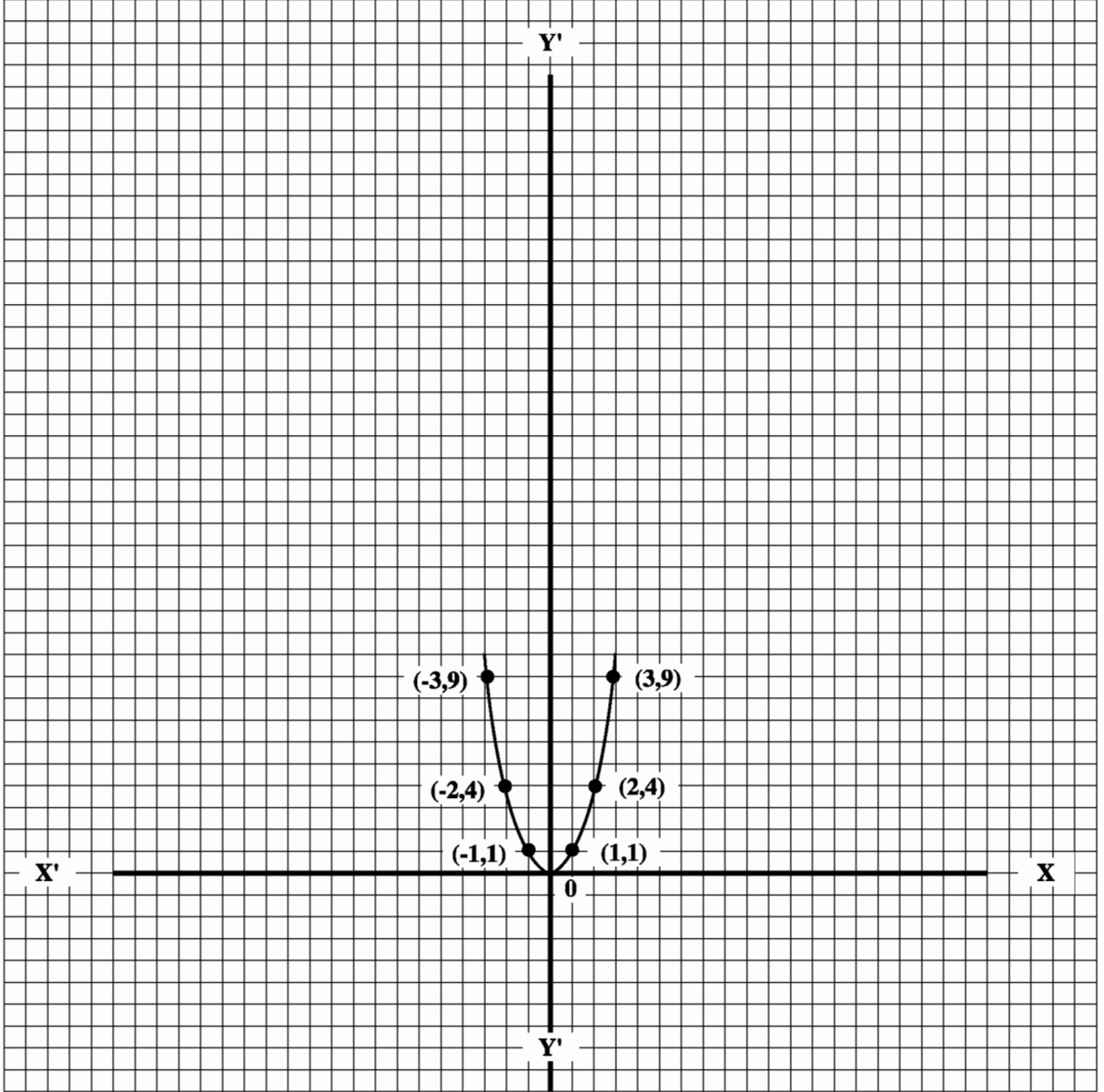
(২) ছক কাগজে  $x$  অক্ষ ও  $y$  অক্ষ ঐক্রে সুবিধামত একক (এক্ষেত্রে 1 ছোট ঘর = 1 একক) নিয়ে নির্ণীত  $(x,y)$  বিন্দুগুলো স্থাপন করি।

(৩) স্থাপিত বিন্দুগুলো দিয়ে সুসমভাবে বক্ররেখা টেনে লেখচিত্র আঁকি।

**বিন্দু নির্ণয় :** সমীকরণটি  $y = x^2$

ক্যালকুলেটর ব্যবহার করে নিচের ছক তৈরি করে পাই

x	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4
y	16	9	4	1	0	1	4	9	16



চিত্র : ১২

**ফলাফল :** লেখ থেকে দেখা যায় যে,  $y = x^2$  সমীকরণের লেখটি একটি পরাবৃত্ত (Parabola)।

**সতর্কতা :** 1. সরু করে কাটা HB পেন্সিল ব্যবহার করেছি।

2. বিন্দুগুলো সংযোগ করার সময় সাবধানতা অবলম্বন করেছি।

**মন্তব্য :** লেখটি y অক্ষের ধনাত্মক দিকে y অক্ষের সাপেক্ষে প্রতিসম।

## তৃতীয় অধ্যায়

# পরিসংখ্যান

### ৩.১। উপাত্ত বিন্যস্তকরণ

গনসংখ্যা নিবেশন সারণির সাহায্যে অবিন্যস্ত তথ্যকে বিন্যস্ত করা হয়।

অবিন্যস্ত তথ্যরাশি বিন্যস্ত করতে হলে নিম্নলিখিত বিষয়গুলোর প্রতি সতর্ক থাকা দরকার :

- (ক) অবিন্যস্ত তথ্যরাশি পর্যবেক্ষণ করে (উপাত্তগুলোর সর্বোচ্চ এবং সর্বনিম্ন মানের প্রতি লক্ষ্য রেখে) সুবিধামত শ্রেণী ব্যবধান (যদি অন্যরূপ উল্লেখ না থাকে) নিতে হয়।
- (খ) সর্বোচ্চ এবং সর্বনিম্ন উপাত্তদ্বয়ের বিয়োগফলকে শ্রেণী ব্যবধান দিয়ে ভাগ করে শ্রেণী সংখ্যা নির্ণয় করতে হবে। শ্রেণী সংখ্যা ভগ্নাংশ হলে পরবর্তী পূর্ণ সংখ্যা ধরতে হবে।
- (গ) প্রদত্ত উপাত্তগুলোকে তাদের মান অনুযায়ী নির্দিষ্ট শ্রেণীতে টালি চিহ্ন দিতে হবে। টালি চিহ্নিত করার সময় প্রতি শ্রেণীতে একটি উপাত্তের জন্য একটি খাড়া দাগ দিয়ে এরূপ চারটি দাগের পর ঐ চারটি খাড়া দাগকে ছেদ করে এমন একটি তির্যক দাগ দিয়ে পঞ্চম দাগটি সম্পন্ন করতে হয়।
- (ঘ) টালি করা শেষ হলে প্রতি শ্রেণীর টালি গণনা করে ঘটনসংখ্যা বা গনসংখ্যা নির্ণয় করতে হয়।
- (ঙ) প্রতি শ্রেণী পরিসরের গড় নির্ণয় করে ঐ শ্রেণীর মধ্যমান নির্ণয় করতে হবে। শ্রেণী পরিসর বা শ্রেণী ব্যাপ্তি, টালি গণসংখ্যা, শ্রেণী মধ্যমান ইত্যাদি তথ্য আলাদা কলামে স্থাপন করে গণসংখ্যা নিবেশন সারণি তৈরি করতে হবে।

সমস্যা নং ৩.১	তারিখ :
---------------	---------

**সমস্যা :** কোন স্কুলের দশম শ্রেণীর ৭৫ জন শিক্ষার্থী কোন এক পরীক্ষায় গণিত বিষয়ে যে নম্বর পেয়েছে তার তালিকা নিম্নে দেওয়া হল ক্রমানুসারে এদের শ্রেণীভুক্ত করে বিন্যাস করতে হবে।

60, 86, 97, 63, 85, 92, 71, 65, 95, 83, 99, 72, 84, 80, 36, 61, 87, 97, 83, 64, 85, 93, 59, 94, 41, 96, 76, 44, 38, 89, 72, 90, 49, 97, 79, 93, 55, 88, 50, 98, 42, 92, 48, 39, 94, 90, 59, 93, 75, 87, 54, 88, 94, 56, 90, 94, 43, 90, 94, 82, 56, 95, 48, 90, 81, 87, 77, 87, 89, 47, 83, 99, 82, 79, 49.

ফর্মা নং- ৪ ব্য: গণিত ৯ম

## কার্য পদ্ধতি :

- ১। উপাত্তগুলো সবই 100 অপেক্ষা কম এবং আরম্ভ থেকে শেষ পর্যন্ত একবার পর্যবেক্ষণ করে দেখা যায় উপাত্তগুলোর কোনটিই 30 অপেক্ষা কম নয়।
- ২। উপাত্তগুলোকে 31 থেকে 10 ব্যবধানে কয়েকটি শ্রেণীতে নিম্নোক্ত পদ্ধতিতে বিন্যাস করি।

শ্রেণী	শ্রেণীভুক্ত উপাত্ত তালিকা
31 - 40	36, 38, 39
41 - 50	41, 42, 43, 44, 47, 48, 48, 49, 49, 50
51 - 60	54, 55, 60, 59, 59, 56, 56
61 - 70	63, 65, 61, 64
71 - 80	71, 72, 72, 75, 80, 76, 79, 77, 79
81 - 90	85, 83, 84, 83, 85, 82, 81, 83, 82, 86, 87, 89, 90, 88, 90, 87, 88, 90, 90, 90, 87, 87, 89
91 - 100	92, 95, 93, 94, 93, 92, 94, 93, 94, 94, 94, 95, 97, 99, 97, 96, 97, 98, 99

সমস্যা নং ৩.২	তারিখ :
---------------	---------

সমস্যা : কোন পরীক্ষায় 50 জন শিক্ষার্থীর প্রাপ্ত নম্বর দেওয়া হল। শ্রেণী ব্যবধান 5 নিয়ে একটি গনসংখ্যা নিবেশন সারণি তৈরি করতে হবে।

84, 86, 97, 85, 92, 71, 95, 83, 99, 71, 80, 87, 85, 83, 97, 93, 94, 96, 76, 89, 72, 90, 79, 97, 93, 88, 98, 92, 94, 90, 93, 75, 77, 87, 88, 94, 90, 94, 90, 94, 95, 90, 81, 87, 89, 87, 83, 99, 82, 79,

তত্ত্ব : মনে করি, উপাত্তগুলোর সর্বনিম্ন মান =  $x_1$

এবং সর্বোচ্চ মান =  $x_2$

শ্রেণী ব্যবধান =  $h$

শ্রেণী সংখ্যা =  $k$

$\therefore$  পরিসর =  $x_2 - x_1$

শ্রেণী সংখ্যা  $k = \frac{\text{পরিসর}}{\text{শ্রেণী ব্যবধান}} = \frac{x_2 - x_1}{h}$

## কার্য পদ্ধতি :

১। প্রদত্ত উপাত্তগুলো পর্যবেক্ষণ করে দেখি যে,  $x_1 = 71$ ,  $x_2 = 99$  এবং দেওয়া আছে  $h = 5$

$$২। \frac{x_2 - x_1}{h} = \frac{99 - 71}{5} = \frac{28}{5} = 5.6 \text{ পাওয়া গেল}$$

৩। প্রকৃত শ্রেণী সংখ্যা = 6 ধরি এবং 70 থেকে 100 পর্যন্ত 50টি সংখ্যাকে নিম্ন ছক অনুযায়ী 6 টি শ্রেণীতে বিন্যাস করি এবং শ্রেণী ব্যাপ্তি, টালি ও গণসংখ্যা কলাম পূরণ করি।

## গণসংখ্যা নিবেশন সারণি

শ্রেণী ব্যাপ্তি	টালি	গণসংখ্যা বা ঘটনসংখ্যা (f)
71 - 75	////	4
76 - 80	////	5
81 - 85	//// //	8
86 - 90	//// //// ////	14
91 - 95	//// //// //	12
96 - 100	//// //	7

**দ্রষ্টব্য :** উপাত্তগুলো সবই পূর্ণসংখ্যা হওয়াতে শ্রেণীগুলো বিচ্ছিন্ন হয়েছে।

কিন্তু যখন উচ্চতা, দৈর্ঘ্য, ওজন ইত্যাদি পরিমাপ করা হয় তখন উপাত্তগুলো ভগ্নাংশ হতে পারে। এজন্য শ্রেণী ব্যাপ্তি অবিচ্ছিন্ন (Continuous) করার প্রয়োজন হয়। শ্রেণী ব্যাপ্তি অবিচ্ছিন্ন করার জন্য প্রকৃত শ্রেণীসীমা নির্ণয় করে নিতে হবে। প্রথম শ্রেণীর উচ্চসীমা এবং তার পরবর্তী শ্রেণীর নিম্নসীমার ব্যবধান  $d$  হলে, প্রথম শ্রেণীর প্রকৃত নিম্নসীমা = শ্রেণীর নিম্নসীমা -  $\frac{d}{2}$ । প্রথম শ্রেণীর প্রকৃত উচ্চসীমা = শ্রেণীর উচ্চসীমা +  $\frac{d}{2}$ । [পরবর্তী উদাহরণে দেখানো হয়েছে]

সমস্যা নং ৩.৩	তারিখ :
---------------	---------

**সমস্যা :** নিম্নোক্ত তালিকায় 30 জন লোকের ওজন কিলোগ্রামে প্রকাশ করা হল।

49, 52.5, 55, 61, 63, 65.7, 38, 40, 42, 56, 60, 60.8, 49.7, 58, 52.3, 59.2, 50, 48.3, 42, 62, 57.5, 63.2, 64.3, 47, 51.3, 58, 59, 66, 62.5, 49.3.

প্রদত্ত তথ্যরাশি থেকে 7 টি শ্রেণী সম্বলিত একটি গণসংখ্যা নিবেশন সারণি তৈরি করতে হবে।

**তত্ত্ব :** মনে করি, উপাত্তগুলোর সর্বনিম্ন মান =  $x_1$

এবং সর্বোচ্চ মান =  $x_2$

$$\therefore \text{পরিসর} = x_2 - x_1$$

$$\text{শ্রেণী সংখ্যা} = k$$

$$\therefore \text{শ্রেণী ব্যবধান} = \frac{x_2 - x_1}{k} = h$$

**কার্য পদ্ধতি :**

১। পর্যবেক্ষণ করে দেখা যায় যে  $x_1 = 38$ ,  $x_2 = 66$  এবং দেওয়া আছে  $k = 7$

২। শ্রেণী ব্যবধান  $h = \frac{66-38}{7} = \frac{28}{7} = 4$  নির্ণয় করি।

৩। উপাত্তগুলো ভগ্নাংশ থাকায় প্রকৃত শ্রেণী ব্যবধানে 4 ধরে বিন্যাস করলে কিছু উপাত্তের অবস্থান নির্ণয়ে অসুবিধা হয় এই অসুবিধা দূর করার জন্য শ্রেণী ব্যবধান 5 ধরি।

৪। ছক বিন্যাসের জন্য শ্রেণী ব্যাপ্তি, প্রকৃত শ্রেণী সীমা, ট্যালি ও ঘটনসংখ্যা কলাম গুলো নিম্নরূপে পূরণ করি।

শ্রেণী ব্যাপ্তি	প্রকৃত শ্রেণী সীমা	ট্যালি	গণসংখ্যা (f)
36 - 40	35.5 - 40.5	//	2
41 - 45	40.5 - 45.5	//	2
46 - 50	45.5 - 50.5	/// /	6
51 - 55	50.5 - 55.5	////	4
56 - 60	55.5 - 60.5	/// //	7
61 - 65	60.5 - 65.5	/// //	7
66 - 70	65.5 - 70.5	//	2

$$n = \sum f = 30$$

উপরিউক্ত সারণিতে  $d = 41 - 40 = 1$ . প্রথম শ্রেণীর প্রকৃত নিম্নসীমা  $= 36 - \frac{1}{2} = 35.5$  এবং প্রকৃত উচ্চসীমা  $= 40 + \frac{1}{2} = 40.5$ । সুতরাং 36 - 40 শ্রেণীর প্রকৃত শ্রেণীসীমা হবে 35.5 - 40.5। এখানে প্রতিটি শ্রেণীর উচ্চসীমা তার পরবর্তী শ্রেণীর নিম্নসীমার সমান হবে, এক্ষেত্রে উক্ত শ্রেণীর উচ্চসীমাকে পরবর্তী শ্রেণীর অন্তর্ভুক্ত হিসাবে ধরতে হবে। অর্থাৎ 40.5 কে দ্বিতীয় শ্রেণীতে, 45.5 কে তৃতীয় শ্রেণীতে এবং অনুরূপে অন্যান্য শ্রেণীর উচ্চসীমাকে পরবর্তী শ্রেণীতে অন্তর্ভুক্ত হিসাবে গন্য করতে হবে।

সমস্যা নং ৩.৪	তারিখ :
---------------	---------

কোন শহরের 60 জন ফেরিওয়ালার কোন একদিনের বিক্রয় থেকে (টাকায় প্রকাশিত) লাভ নিম্নরূপঃ

86, 95, 71, 97, 76, 79, 111, 94, 94, 87, 97, 83, 84, 83, 89, 93, 90, 107, 95, 89, 85, 99, 80, 85, 72, 88, 93, 90, 101, 88, 92, 102, 108, 93, 90, 98, 75, 94, 90, 104, 71, 108, 87, 94, 100, 92, 87, 112, 81, 99, 105, 103, 113, 96, 97, 94, 88, 90, 77, 82.

ক) ক্রমানুসারে এদের শ্রেণীভুক্ত করে বিন্যাস করতে হবে।

খ) উপাত্তগুলোর একটি গণসংখ্যা নিবেশন সারণি তৈরি করতে হবে (শ্রেণী ব্যবধান 10 ধরে)

সমস্যা নং ৩.৫	তারিখ :
---------------	---------

কোন হাসপাতালে দুই সপ্তাহে 60 টি শিশু জন্মগ্রহণ করে। জন্মকালে তাদের ডজন কিলোগ্রামে নিম্নরূপ ছিল :

2.7, 2.5, 3.0, 3.7, 3.2, 2.9, 2.1, 3.8, 3.4, 3.2, 2.9, 2.1, 2.8, 3.2, 3.5, 2.7, 2.8, 3.1, 3.3, 2.9, 2.7, 3.1, 3.3, 3.5, 3.8, 3.1, 2.9, 2.5, 2.9, 3.0, 2.3, 3.7, 3.4, 3.1, 3.8, 3.9, 2.9, 3.6, 2.8, 3.3, 3.2, 2.9, 2.6, 3.1, 3.3, 2.6, 2.9, 3.0, 3.2, 3.3, 2.8, 3.0, 3.3, 2.9, 2.4, 2.8, 2.5, 3.1, 3.3, 3.9.

ক) উপাত্তগুলো ক্রমানুসারে শ্রেণীভুক্ত করে বিন্যাস করতে হবে।

খ) 0.2 শ্রেণী ব্যবধান নিয়ে একটি গণসংখ্যা নিবেশন সারণি তৈরি করতে হবে।

### ৩.২। উপাত্তের লেখচিত্র

(ক) **আয়তলেখ (Histogram)** : বিন্যাসকৃত উপাত্ত উপস্থাপনের বহুল ব্যবহৃত লেখ হল আয়তলেখ। গ্রাফ কাগজে x অক্ষ বরাবর প্রত্যেক শ্রেণীর শ্রেণীব্যাপ্তি এবং y অক্ষ বরাবর গণসংখ্যা স্থাপন করে প্রত্যেক শ্রেণীর গণসংখ্যা অনুসারে আয়তক্ষেত্র অংকন করা হলে কতগুলো পাশাপাশি আয়তক্ষেত্র পাওয়া যাবে। এ আয়তক্ষেত্রগুলির সেট ই হল আয়তলেখ।

সমস্যা নং ৩.৬	তারিখ :
---------------	---------

সমস্যা : ঢাকা মহানগরীর একটি পোশাক কারখানায় কর্মরত ৩০ জন কর্মচারির সাপ্তাহিক বেতন টাকায় নিম্নরূপ :

152, 340, 169, 230, 347, 265, 440, 790, 790, 592, 467, 631, 373, 448, 733, 413, 475, 585, 507, 735, 597, 837, 738, 598, 487, 525, 638, 447, 885, 592, 473.

প্রদত্ত উপাত্ত অবলম্বনে আয়তলেখ আঁকতে হবে।

তত্ত্ব : মনে করি, উপাত্তগুলোর সর্বনিম্ন মান =  $x_1$

এবং সর্বোচ্চ মান =  $x_2$

মনে করি, শ্রেণী ব্যবধান =  $h$

$$\text{শ্রেণী সংখ্যা } k = \frac{x_2 - x_1}{h}$$

## কার্য পদ্ধতি :

১। পর্যবেক্ষণ করে দেখা যা যে,  $x_1 = 152$ ,  $x_2 = 885$

পরিসর =  $885 - 152 = 733$

ধরা যাক, শ্রেণী ব্যবধান  $h = 150$

তাহলে, শ্রেণী সংখ্যা  $k = \frac{733}{150} = 4.886$

২। শ্রেণী সংখ্যা 5 ধরে নিম্নের ছক পূরণ করি।

শ্রেণী ব্যাপ্তি	টালি	ঘটনসংখ্যা
150 - 300	////	4
300 - 450	//// //	7
450 - 600	//// //// /	11
600 - 750	////	5
750 - 900	///	3

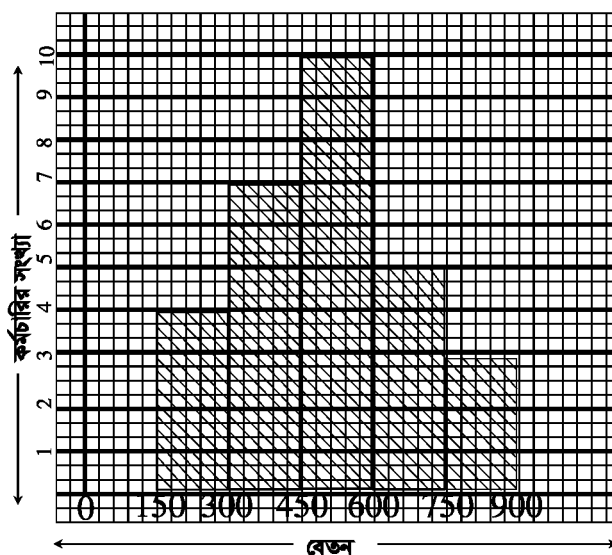
৩। লেখ কাগজের ক্ষুদ্রতম বর্গক্ষেত্রের একটি

বাহুর দৈর্ঘ্যকে  $x$  অক্ষ বরাবর 30 এবং  $y$  অক্ষ বরাবর তিন একক দৈর্ঘ্যকে 1 ধরি।

৪। প্রত্যেক শ্রেণীর শ্রেণী ব্যাপ্তি দ্বারা সীমাবদ্ধ সরল রেখাংশের উপর একটি আয়তক্ষেত্র অঙ্কন করি যার উচ্চতা ঐ শ্রেণীর ঘটনসংখ্যা সূচিত করে। পার্শ্ব অঙ্কিত লেখচিত্রের প্রথম আয়তক্ষেত্রটির ভূমি 150 ও 300 দ্বারা সীমাবদ্ধ এবং উচ্চতা ঐ শ্রেণীর ঘটনসংখ্যা 4 কে সূচিত করে।

৫। একই পদ্ধতিতে পরস্পর সংলগ্ন 5 টি আয়তক্ষেত্র অঙ্কন করি।

৬। অঙ্কিত আয়তলেখের আয়তক্ষেত্রগুলো তির্যক রেখা দ্বারা চিহ্নিত করি।



চিত্র : ১১

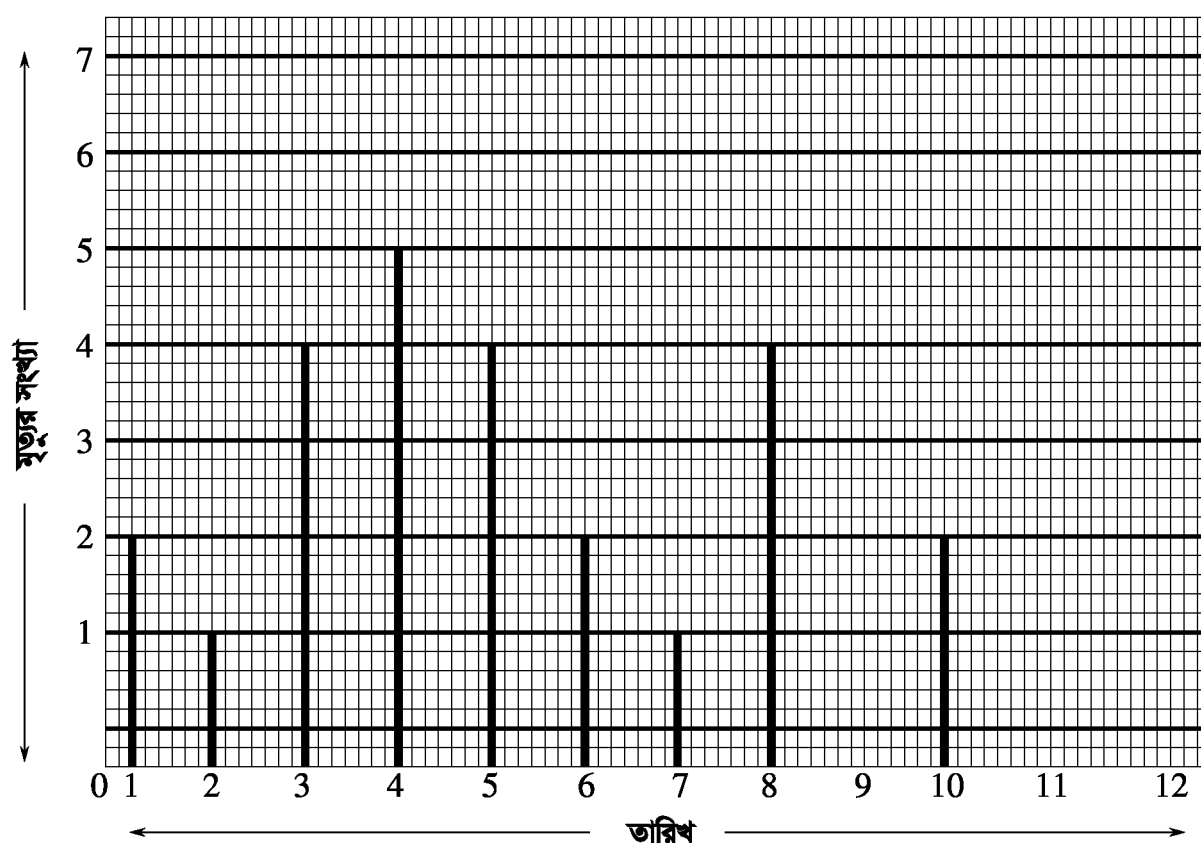
## (খ) দণ্ডচিত্র (Bar Diagram)

সমস্যা নং ৩.৭	তারিখ :
---------------	---------

সমস্যা : ঢাকা মহানগরীতে কোন মাসের প্রথম দশদিনে দুর্ঘটনাজনিত মৃত্যুর পরিসংখ্যান ধারাবাহিকভাবে নিম্নরূপ :

তারিখ :	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
মৃত্যুসংখ্যা :	2	1	4	4	5	2	1	4	0	2

প্রদত্ত তথ্য অবলম্বনে একটি দণ্ডচিত্র আঁকতে হবে।



চিত্র : ১২

কার্য পদ্ধতি :

- ১। প্রদত্ত গ্রাফ কাগজে x অক্ষ বরাবর ক্ষুদ্র পাঁচ বর্গ ব্যবধানে তারিখগুলো বসাই।
- ২। y অক্ষ বরাবর ক্ষুদ্র ৫ বর্গ = ১ একক ধরি।
- ৩। প্রদত্ত পরিসংখ্যান থেকে প্রাপ্ত তারিখ অনুসারে মৃত্যুসংখ্যা y অক্ষ বরাবর ৫ বর্গ = ১ একক ধরে চিহ্নিত করি।
- ৪। নির্দিষ্ট তারিখের মৃত্যুসংখ্যা চিহ্নিত বিন্দুর সাথে ঐ তারিখ চিহ্নিত x অক্ষস্থ বিন্দু যোগ করি।
- ৫। একই পদ্ধতিতে দশদিনের জন্য দশটি দণ্ড আঁকি।

**দ্রষ্টব্য :** 9 তারিখে দুর্ঘটনাজনিত কোন মৃত্যু না হওয়ায় উপরিউক্ত লেখচিত্রে 9 তারিখে কোন স্তম্ভ নেই। প্রকৃতপক্ষে 9 তারিখের স্তম্ভের দৈর্ঘ্য শূন্য। প্রত্যেক দিনের স্তম্ভের দৈর্ঘ্য ঐ দিনের মৃত্যুসংখ্যার সমানুপাতিক।

**(গ) ঘটনসংখ্যা বা গণসংখ্যা বহুভুজ (Frequency polygon) :** সমান পরিসর বিশিষ্ট শ্রেণীবিভাজনের ক্ষেত্রে ঘটন বহুভুজ অঙ্কন পূর্বোক্ত লেখচিত্রের অনুরূপ পদ্ধতিতে আঁকা হয়। তবে এখানে প্রত্যেক শ্রেণীর মধ্যমান একটি চলক হিসেবে ধরা হয়।

সমস্যা নং ৩.৮	তারিখ :
---------------	---------

**সমস্যা :** কোন কারখানায় কর্মরত 30 জন শ্রমিক কোন সপ্তাহে ওভারটাইমসহ নিম্নলিখিত বেতন পান :

340, 152, 169, 265, 347, 790, 440, 467, 592, 373, 631, 733, 448, 475, 413, 507, 585, 597, 735, 738, 837, 487, 598, 638, 525, 885, 447, 592, 480.

প্রদত্ত তথ্য অবলম্বনে একটি ঘটন বহুভুজ আঁকতে হবে।

**তত্ত্ব :** পর্যবেক্ষণ করে দেখা যায় যে,  $x_1 = 152$ ,  $x_2 = 885$

মনে করি, শ্রেণী ব্যবধান  $h = 150$

তাহলে, শ্রেণী সংখ্যা  $k = \frac{885-152}{150} = 4.886$

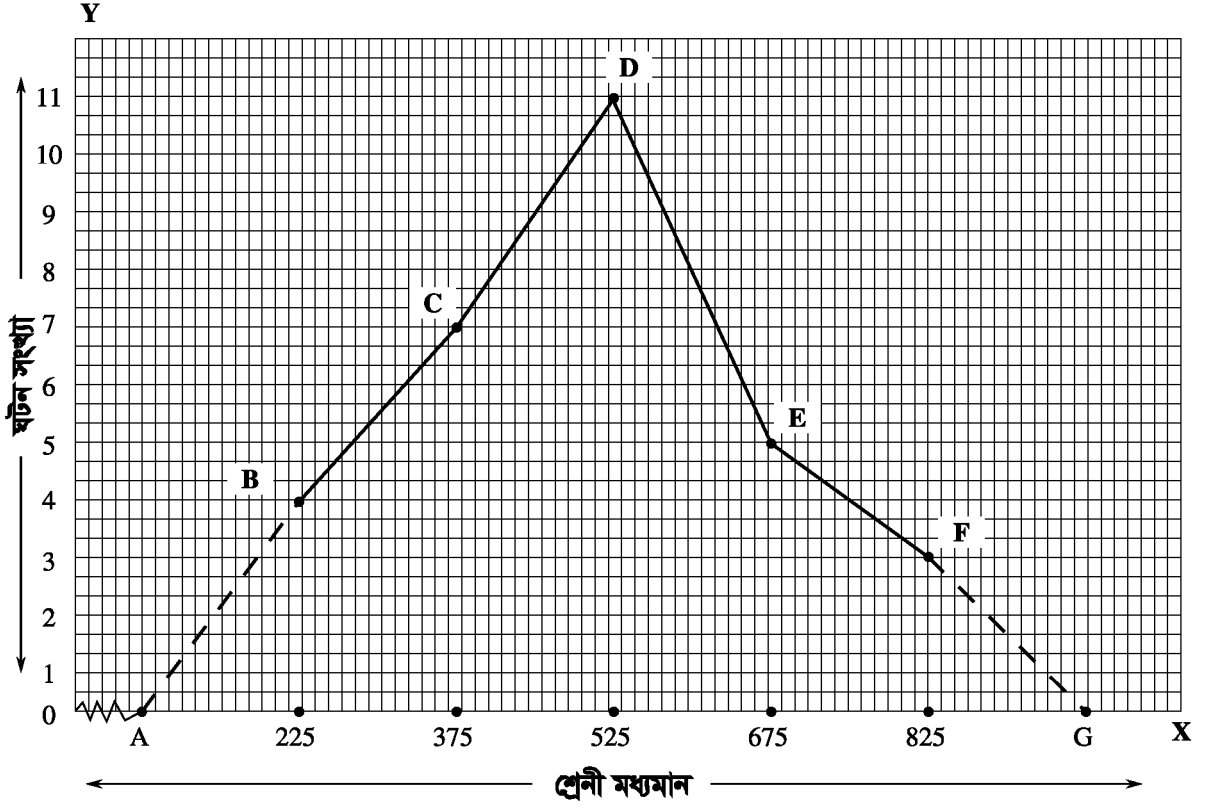
শ্রেণী সংখ্যা পরবর্তী পূর্ণ সংখ্যা দরে,  $k = 5$

**কার্য পদ্ধতি :**

১। শ্রেণী ব্যবধান 150 ও শ্রেণী সংখ্যা 5 ধরে নিম্ন ছক পূরণ করি।

শ্রেণী ব্যাপ্তি	শ্রেণী মধ্যমান	টালি	ঘটনসংখ্যা (f)
150 - 300	225	////	4
300 - 450	375	/// //	7
450 - 600	525	/// // /	11
600 - 750	675	/// // //	5
750 - 900	825	///	3

২।  $x$  অক্ষ বরাবর এক বর্গ = 15 একক এবং  $y$  অক্ষ বরাবর পাঁচ বর্গ = 1 একক ধরি।



চিত্র : ১৩

৩।  $x$  অক্ষ বরাবর শ্রেণীর মধ্যমান ও  $y$  অক্ষ বরাবর গণসংখ্যা বিবেচনা করি।

৪।  $(225, 4)$ ,  $(375, 7)$ ,  $(525, 11)$ ,  $(675, 5)$ ,  $(825, 3)$  এবং বিন্দুগুলো স্থানাঙ্কায়িত করি।

৫। মনে করি, বিন্দুগুলো যথাক্রমে B, C, D, E, F।

৬। বহুভুজের উভয়প্রান্ত সাধারণত  $x$  অক্ষের সাথে যুক্ত করা হয়। বহুভুজের প্রান্তদ্বয়কে  $x$  অক্ষে সংযুক্ত করার জন্য উভয়দিকে আরও দুটি শ্রেণী কল্পনা করা হয়। তাই 150 - 300 এর পূর্ববর্তী শ্রেণীর মধ্য বিন্দু A (75) এবং 750 - 900 এর পরবর্তী শ্রেণীর মধ্যবিন্দু G (975) পর্যন্ত ভাঙা রেখা দ্বারা যুক্ত করে A B C D E F G গণসংখ্যা বহুভুজ আঁকি।

ফর্মা নং- ৫ ব্য: গণিত ৯ম

## (খ) বৃত্ত লেখ

সমস্যা নং ৩.৯	তারিখ :
---------------	---------

সমস্যা : কোন পরিবার খাদ্যখাতে ২০০০.০০ টাকা, ব্যস্তখাতে ৫০০.০০ টাকা, বাড়ি ভাড়া খাতে ৫০০.০০ টাকা, চিকিৎসা খাতে ৭৫০.০০ টাকা, শিক্ষা খাতে ৫০০.০০ এবং অন্যান্য খাতে ২৫০.০০ টাকা ব্যয় করে।

উপরিউক্ত তথ্য অবলম্বনে একটি বৃত্তলেখ আঁকতে হবে।

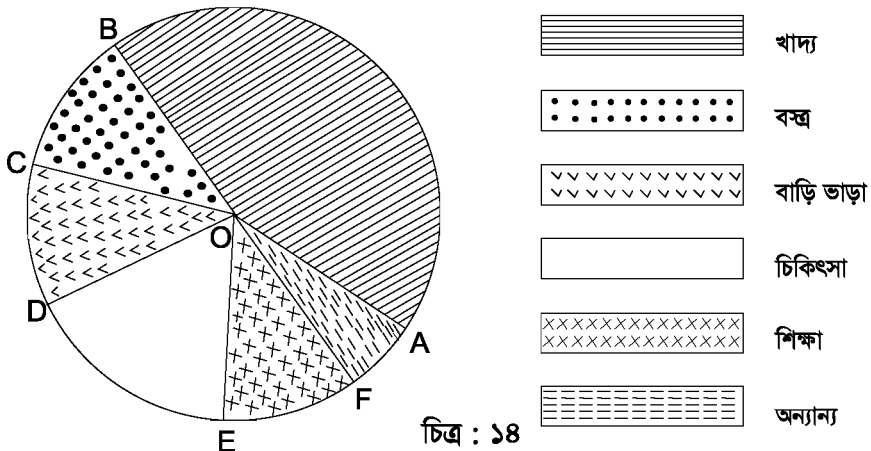
তত্ত্ব :  $f$  = খাত ওয়ারী খরচের পরিমাণ এবং  $N$  = মোট খরচ হলে, বৃত্তলেখ অঙ্কনে বৃত্তের কেন্দ্রে খাতওয়ারী উৎপন্ন কোন  $\theta = \frac{f}{N} \times 360$  [কোণ পরিমাপে চাঁদা ব্যবহার করতে হবে।]

## কার্য পদ্ধতি :

১। প্রদত্ত তথ্য থেকে আমরা পাই মোট খরচ ( $N$ ) = ৪৫০০ টাকা এবং তথ্য অনুযায়ী নিম্নের ছক প্রস্তুত করি।

খরচের খাত	খরচের পরিমাণ (টাকায়) ( $f$ )	মোট খরচ (টাকায়) ( $N$ )	কেন্দ্রে কোণের পরিমাণ (ডিগ্রিতে) ( $Q$ )
খাদ্য	২০০০	৪৫০০	১৬০
বস্ত্র	৫০০		৪০
বাড়ি ভাড়া	৫০০		৪০
চিকিৎসা	৭৫০		৬০
শিক্ষা	৫০০		৪০
অন্যান্য	২৫০		২০

২। যেকোন ব্যাসার্ধের একটি বৃত্ত আঁকি এবং বৃত্তের কেন্দ্রে  $O$  চিহ্নিত করে যেকোন ব্যাসার্ধরেখা  $OA$  অঁকি।



৩। খাদ্য খাতের জন্য  $\angle AOB = 160^\circ$ , বস্ত্রখাতের জন্য  $\angle BOC = 40^\circ$ , বাড়ি ভাড়া খাতের জন্য  $\angle COD = 40^\circ$ , চিকিৎসা খাতের জন্য  $\angle DOE = 60^\circ$ , শিক্ষা খাতের জন্য  $\angle EOF = 40^\circ$  কোণ আঁকি। তাহলে বৃত্তের কেন্দ্র অবশিষ্ট  $\angle FOA = 20^\circ$  হবে এবং  $\angle FOA$  দ্বারাই অন্যান্য খাতের খরচ সূচিত হবে।

সমস্যা নং ৩.১০ - ৩.১১	তারিখ :
-----------------------	---------

(ক) কোন বিদ্যালয়ের 1991 সাল থেকে 1995 সাল পর্যন্ত মাধ্যমিক পরীক্ষায় শিক্ষার্থীদের পাশের হার নিম্নরূপ :

বৎসর	1991	1992	1993	1994	1995
পাশের হার	90	85	92	95	97

উক্ত তথ্য অবলম্বনে দশ চিত্র আঁকতে হবে।

(খ) কোন বিদ্যালয়ের 100 জন শিক্ষার্থীর ভূগোল পরীক্ষার নম্বর নিম্নরূপ :

প্রাপ্ত নম্বর	40 - 50	50 - 60	60 - 70	70 - 80	80 - 90	90 - 100
শিক্ষার্থী	15	18	20	35	8	4

উপাত্তগুলো অলম্বনে একটি গণসংখ্যা বহুভুজ আঁকতে হবে।

সমস্যা নং ৩.১২ - ৩.১৩	তারিখ :
-----------------------	---------

(ক) কোন বছরে বাংলাদেশের 10 জন রপ্তানিকারক যথাক্রমে 825, 935, 1020, 1125, 975, 1060, 1280, 990, 892, 1180 টন চিংড়ি মাচ রপ্তানি করেন।

উপরিউক্ত তথ্যকে দশ চিত্রের মাধ্যমে প্রকাশ কর।

(খ) 50 জন লোকের ওজন আসন্ন কিলোগ্রামে নিম্নরূপ :

30, 35, 32, 30, 40, 41, 31, 45, 36, 43, 44, 47, 37, 50, 49, 47, 51, 52, 35, 40, 39, 48, 43, 52, 37, 46, 45, 48, 42, 51, 50, 51, 43, 53, 55, 47, 43, 38, 49, 50, 45, 39, 42, 43, 45, 47, 35, 38, 49, 46.

উপরিউক্ত তথ্যের সাহায্যে গণসংখ্যা বহুভুজ আঁক।

সমস্যা নং ৩.১৪ - ৩.১৫	তারিখ :
-----------------------	---------

(ক) একটি পুস্তকের দোকানে সপ্তাহের ৬ দিনে বিক্রিত পুস্তকের সংখ্যা নিম্নরূপ :

দিন :	1	2	3	4	5	6
বিক্রিত পুস্তক সংখ্যা :	90	85	70	98	80	95

দশচিত্রের সাহায্যে তথ্যটি প্রকাশ কর।

(খ) কোন বিদ্যালয়ে বিষয়ভিত্তিক সাপ্তাহিক পাঠদান সূচি নিম্নরূপ ছিল :

বিষয় :	বাংলা	ইংরেজি	গণিত	বিজ্ঞান	সমাজবিজ্ঞান	অন্যান্য
পাঠদান ঘণ্টা :	4	8	5	6	3	10

তথ্যটি বৃত্তলেখ দ্বারা প্রকাশ কর।

সমস্যা নং ৩.১৩ - ৩.১৭	তারিখ :
-----------------------	---------

(ক) কোন বছরে মাসওয়ারী চিনির গড় দাম প্রতি কেজি নিম্নরূপ ছিল :

মাস :	জানুয়ারি	ফেব্রুয়ারি	মার্চ	এপ্রিল	মে	জুন
দাম :	23.50	23.00	23.75	24.35	24	25.25
	জুলাই	আগস্ট	সেপ্টেম্বর	অক্টোবর	নভেম্বর	ডিসেম্বর
	25.75	26	26.25	27.75	23.75	25

প্রদত্ত তথ্য অবলম্বনে দশ চিত্র আঁক।

(খ) বাংলাদেশ জাতীয় ফুটবল দলের প্রশিক্ষণের জন্য সারাদেশের সেরা 24 জন খেলোয়াড় বাছাই করা হল। দেখা গেল, ঢাকা বিভাগ থেকে 7 জন, চট্টগ্রাম বিভাগ থেকে 4 জন, রাজশাহী বিভাগ থেকে 5 জন, খুলনা বিভাগ থেকে 4 জন, বরিশাল বিভাগ থেকে 1 জন এবং সিলেট বিভাগ থেকে 3 জন নির্বাচিত হয়েছে উপাঙগুলো বৃত্তলেখের সাহায্যে প্রকাশ কর।

সমস্যা নং ৩.১৮ - ৩.১৯	তারিখ :
-----------------------	---------

(ক) কোন বছরে একটি দেশের বিভিন্ন খাতে বাজেট বরাদ্দ নিম্নরূপ ছিল :

খাদ্য 20%, স্বাস্থ্য ও চিকিৎসা 25%, শিক্ষা 30%, যোগাযোগ 15% ও অন্যান্য 10%।

উপাঙগুলো অবলম্বনে বৃত্তলেখ অঙ্কন কর। (খ) পৃথিবীর মোট জনসংখ্যা 20 শতাংশ আমেরিকায়, 25 শতাংশ ইউরোপে, 35 শতাংশ এশিয়ায়, 15 শতাংশ আফ্রিকায় এবং 5 শতাংশ অস্ট্রেলিয়ায় বাস করে। মহাদেশওয়ারী জনসংখ্যা বৃত্তলেখ এর মাধ্যমে প্রকাশ কর।

## ৩.৩ গড়, মধ্যক, প্রচুরক

সমস্যা নং ৩.২০	তারিখ :
----------------	---------

সমস্যা : রাস্তা নির্মাণে কর্মরত 50 জন শ্রমিকের দৈনিক মজুরি টাকায় দেওয়া হল।

176, 126, 118, 124, 125, 101, 112, 91, 134, 157, 135, 104, 115, 138, 178, 159, 90, 178, 155, 180, 137, 149, 179, 168, 142, 123, 138, 95, 105, 113, 98, 160, 107, 174, 119, 164, 93, 154, 170, 144, 155, 165, 147, 120, 129, 139, 117, 140, 128, 151.

উপরিউক্ত তথ্য থেকে :

- (ক) গড় নির্ণয় করতে হবে।  
 (খ) মধ্যক নির্ণয় করতে হবে।  
 (গ) প্রচুরক নির্ণয় করতে হবে।  
 (ঘ) আয়তলেখ থেকে প্রচুরক নির্ণয় করতে হবে।

তত্ত্ব :

মনে করি, প্রদত্ত উপাত্তগুলোর সর্বনিম্ন মান =  $x_1$

এবং সর্বোচ্চ মান =  $x_2$

∴ পরিসর =  $x_2 - x_1$

মনে করি, শ্রেণী ব্যবধান =  $h$

∴ শ্রেণী সংখ্যা  $k = \frac{x_2 - x_1}{h}$

মনে করি, গড় =  $\bar{x}$

নির্বাচিত শ্রেণী মধ্যমান = অনুমতি গড় =  $a$

এবং  $u = \frac{x-a}{h}$

তাহলে,  $\bar{x} + = a + h \bar{u}$

কার্য পদ্ধতি :

১। প্রদত্ত উপাত্তগুলো থেকে পাই,  $x_1 = 90$ ,  $x_2 = 180$ .

২। মনে করি, শ্রেণী ব্যবধান  $h = 15$

৩। শ্রেণী সংখ্যা  $k = \frac{x_2 - x_1}{h} = \frac{180 - 90}{15} = \frac{90}{15} = 6$

৪। শ্রেণী সংখ্যা 7 ধরে প্রথম শ্রেণীটি 88 থেকে শুরু করে 15 শ্রেণী ব্যবধান ধরে শ্রেণী ব্যাপ্তি, প্রকৃত শ্রেণীসীমা, টালি, ঘটনসংখ্যা বা গনসংখ্যা, শ্রেণী মধ্যবিন্দু ও ক্রমযোজিত ঘটনসংখ্যা নিয়ে নিচের ছকটি তৈরি করি।

৫। উপরিউক্ত তত্ত্ব অবলম্বনে নিম্নের ছক তৈরি করি।

শ্রেণী ব্যাপ্তি	প্রকৃত শ্রেণী সীমা	ঘটনসংখ্যা f	শ্রেণী মধ্যবিন্দু x	a	$u = \frac{x-a}{h}$	f u	ক্রমবোধিত ঘটনসংখ্যা F
88 - 102	87.5 -102.5	6	95		-3	-18	6
103 - 117	102.5 -117.5	7	110		-2	-14	13
118 - 132	117.5 -132.5	9	125		-1	-9	22
133 - 147	132.5 -147.5	10	140	140	0	0	32
148 - 162	147.5 -162.5	8	155		1	8	40
163 - 177	162.5 -177.5	6	170		2	12	46
178 - 192	177.5 -192.5	4	185		3	12	50

**দ্রষ্টব্য :** ওপরের ছকের শ্রেণী গুলো বিচ্ছিন্ন। শ্রেণীগুলোকে অবিচ্ছিন্ন করার জন্য প্রকৃত শ্রেণী সীমা নির্ণয় করে নেওয়া হয়েছে।

(ক) গড় নির্ণয় পদ্ধতি :

৮। উপরিউক্ত তত্ত্বানুসারে, গড়  $\bar{x} = a + \frac{\sum f u}{n} \times h$

গড়  $x = 140 + \frac{-9}{50} \times 15 = 140 - 2.7 = 137.3$

(খ) মধ্যক নির্ণয় পদ্ধতি

১। পরবর্তী তত্ত্ব ও কার্য পদ্ধতি :

গণসংখ্যার সমষ্টি = n

মধ্যমা শ্রেণীর নিম্নসীমা =  $L_m$

মধ্যমা শ্রেণীর শ্রেণীব্যাপ্তি =  $h_m$

মধ্যমা শ্রেণীর ঘটনসংখ্যা =  $f_m$

মধ্যমা শ্রেণীর পূর্ববর্তী শ্রেণীর ক্রম যোজিত ঘটনসংখ্যা বা গনসংখ্যা =  $F_m$

$$\text{তাহলে, মধ্যক} = L_m + \frac{\frac{n}{2} - F_m}{f_m} \times h_m$$

৩। উক্ত তত্ত্বানুসারে মধ্যক নির্ণয় করি।

এখানে তৃতীয় শ্রেণীর যোজিত ঘটনসংখ্যা 22, চতুর্থ শ্রেণীর যোজিত ঘটনসংখ্যা 32

∴ অর্থাৎ (133 - 147) শ্রেণীটি মধ্যক শ্রেণীর  $\frac{n}{2} = \frac{50}{2} = 25$  তম মানটি চতুর্থ শ্রেণীর অন্তর্ভুক্ত।

(133 - 147) শ্রেণীটির প্রকৃত শ্রেণীসীমা হলো (132.5 - 147.5)

∴  $L_m = 132.5$  (চতুর্থ শ্রেণীর প্রকৃত নিম্নসীমা)

$$h_m = 15$$

$$f_m = 10 \text{ (মধ্যক শ্রেণীর ঘটনসংখ্যা)}$$

$$f_m = 22$$

$$\text{মধ্যক} = 132.5 + \frac{\frac{50}{2} - 22}{10} \times 15 = 132.5 + \frac{3 \times 15}{10}$$

$$= 132.5 + 4.5 = 137$$

(গ) প্রচুরক নির্ণয় পদ্ধতি

১। তত্ত্ব ও কার্যপদ্ধতি

মনে করি, প্রচুরক শ্রেণী নিম্নসীমা =  $L$

প্রচুরক শ্রেণীর শ্রেণী ব্যাপ্তি =  $h$

প্রচুরক শ্রেণী ও তার আগের শ্রেণীর ঘটন সংখ্যার পার্থক্য =  $\Delta_1$

প্রচুরক শ্রেণী ও তার পরের শ্রেণীর ঘটন সংখ্যার পার্থক্য =  $\Delta_2$

$$\text{তাহলে, প্রচুরক} = L + \frac{\Delta_1}{\Delta_1 + \Delta_2} \times h$$

৩। পর্যবেক্ষণ করে দেখি, প্রদত্ত উপাত্তগুলোর মধ্যে 132.5-147.5 শ্রেণীর গণসংখ্যা সর্বোচ্চ।

সুতরাং প্রচুরক শ্রেণী হচ্ছে 132.5 - 147.5 শ্রেণী অর্থাৎ ঐ শ্রেণীতে প্রচুরক অবস্থিত।

৪।  $L = 132.5$   $h = 15$   $\Delta_1 = 10 - 99 = 1$ ,  $\Delta_2 = 10 - 8 = 2$  নির্ণয় করি।

$$৫। \text{তাহলে, প্রচুরক} = 132.5 + \frac{1}{1 + 2} \times 15 = 132.5 + 5 = 137.5$$

(ঘ) আয়তলেখ থেকে প্রচুরক নির্ণয় পদ্ধতি

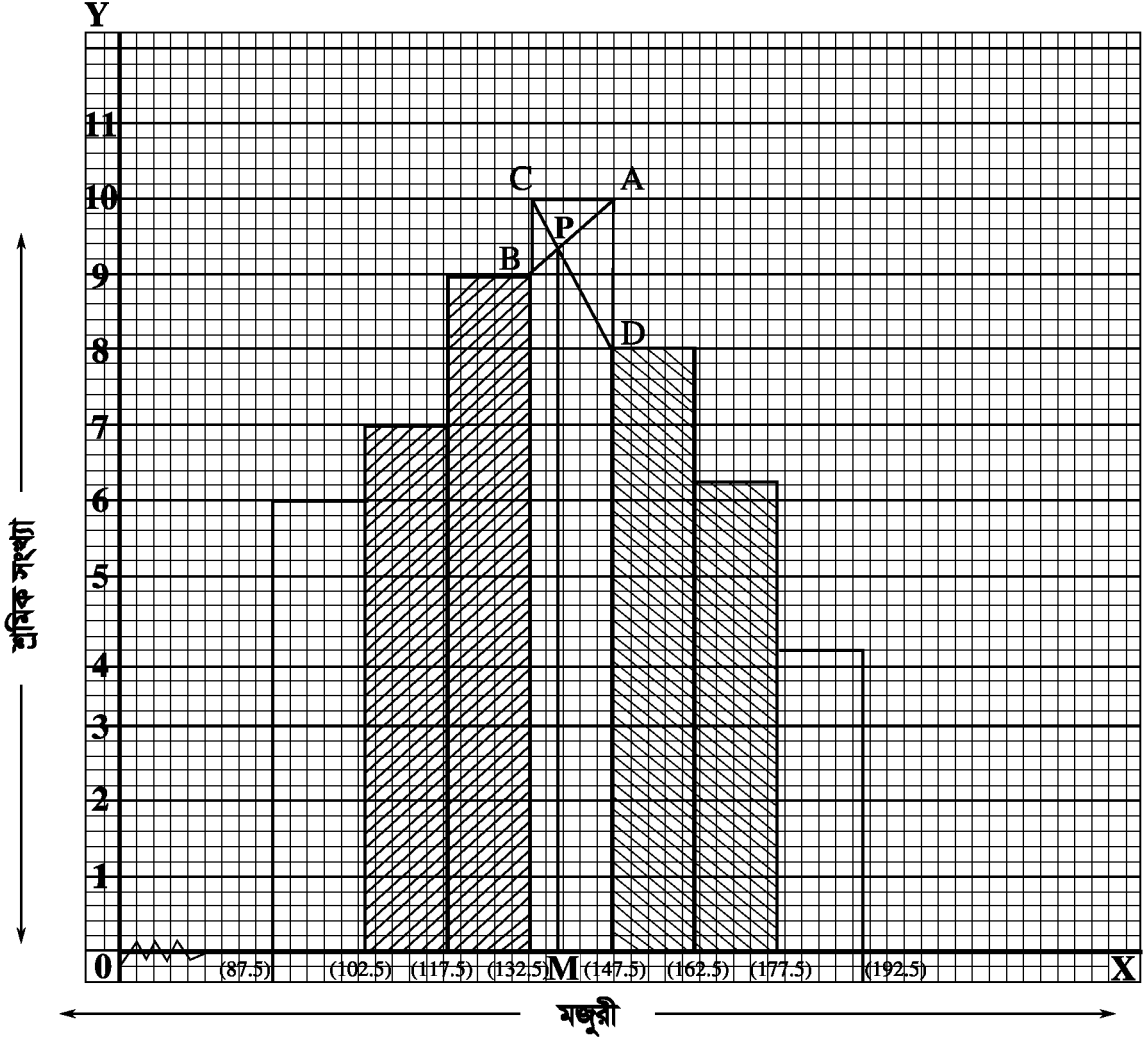
১। প্রদত্ত উপাত্তগুলো থেকে ১ নং ছকটি তৈরি করি।

২। ১নং ছক থেকে দেখি যে, 132.5 - 147.5 শ্রেণীর ঘটনসংখ্যা সবচেয়ে বেশি।

৩। গ্রাফ কাগজ নিয়ে x অক্ষ বরাবর পাঁচ বর্গ = 15 একক অর্থাৎ এক বর্গ = 3 একক ধরি।

৪। y অক্ষ বরাবর পাঁচ বর্গ = 1 একক ধরি।

৫। x অক্ষ বরাবর প্রকৃত শ্রেণী সীমা (মজুরি) ও y অক্ষ বরাবর গণসংখ্যা (শ্রমিক সংখ্যা) পরিমাপ করে নিম্নের আয়তলেখটি অঙ্কন করি।



চিত্র : ১৫

- ৬। 132.5 - 147.5 শ্রেণীর আয়তক্ষেত্রটি সবচেয়ে উঁচু সূত্রাং এই শ্রেণীটি হলো প্রচুরক শ্রেণী।
- ৭। প্রচুরক শ্রেণীর সর্বোচ্চ সীমার কোটির শীর্ষবিন্দুর সঙ্গে পূর্ববর্তি শ্রেণীর সর্বোচ্চ কোটির শীর্ষবিন্দু একটি রেখা দ্বারা যুক্ত করি। অর্থাৎ A, B যোগ করি। আবার প্রচুরক শ্রেণীর সর্বনিম্ন সীমার (কোটের) শীর্ষবিন্দুর সঙ্গে প্রচুরক শ্রেণীর পরবর্তি শ্রেণীর নিম্নসীমার কোটির শীর্ষবিন্দু যুক্ত করি। অর্থাৎ C, D যোগ করি।
- ৮। এভাবে অঙ্কিত A B ও C D রেখা দুইটি পরস্পরকে P বিন্দুতে ছেদ করে।
- ৯। P বিন্দু থেকে X অক্ষের উপর PM লম্ব আঁকি।  
তাহলে, M বিন্দুর অবস্থানই প্রচুরক নির্দেশ করে।

**ফল সংকলন :**

এখানে M বিন্দু 132.5 এর পর 1.5 বর্গ দূরে অবস্থান করে।

$$\therefore \text{প্রচুরক} = 132.5 + 1.5 \times 3 = 132.5 + 4.5 = 137$$

সমস্যা নং ৩.২১	তারিখ :
----------------	---------

ঢাকা বিশ্ববিদ্যালয়ে কোন একটি বিভাগে অনার্স প্রথম বর্ষে ভর্তির জন্য আবেদনকারী ১২০ জন ভর্তি প্রার্থীর উচ্চ মাধ্যমিক পরীক্ষার মোট নম্বরের বিন্যাস ছক দেওয়া হল। ঐ ছক থেকে গড়, মধ্যক ও প্রচুরক নির্ণয় কর। আবার আয়তলেখ অঙ্কন করে প্রচুরক নির্ণয় করতে হবে।

প্রাপ্ত নম্বর	প্রার্থী সংখ্যা
501-550	13
551-600	30
601-650	40
651-700	18
701-750	12
751-800	7

সমস্যা নং ৩.২২	তারিখ :
----------------	---------

ঢাকা শহরে ৫০ জন রিকশা চালকের উপর জরিপ করে দেখা গেল তাদের গড় দৈনিক আয় নিম্নরূপ :

150, 125, 148, 75, 81, 104, 94, 88, 98, 146, 105, 127, 104, 91, 94, 85, 104, 108, 145, 129, 125, 117, 99, 87, 98, 121, 110, 109, 90, 135, 98, 107, 119, 93, 140, 114, 124, 134, 144, 130, 95, 84, 103, 97, 108, 128, 112, 119, 149, 107.

উপাত্তগুলো শ্রেণী বিন্যাস করে গড়, মধ্যক, প্রচুরক নির্ণয় কর। আবার আয়তলেখ অঙ্কন করে প্রচুরক নির্ণয় কর।

### নমুনা সমস্যা

সমস্যা নং ৩.২৩	তারিখ :
----------------	---------

সমস্যা : প্রদত্ত তথ্যকে বৃত্তলেখ দ্বারা উপস্থাপন

সমস্যা : কোন বিদ্যালয়ে বিষয়ভিত্তিক সাপ্তাহিক পাঠদান সূচি নিম্নরূপ ছিল :

বিষয় বাংলা	ইংরেজি	গণিত	বিজ্ঞান	সমাজ	বিজ্ঞান	অন্যান্য
পাঠদান ঘণ্টা	4	8	5	6	3	10

তথ্যটি বৃত্তলেখ দ্বারা উপস্থাপন করতে হবে।

তত্ত্ব :  $f$  = প্রতিটি বিষয়ে পাঠদানের সময় (ঘণ্টায়)

$N$  = মোট পাঠদানের সময় (ঘণ্টায়)

$$= 4 + 8 + 5 + 6 + 3 + 10 = 36 \text{ ঘণ্টা}$$

$$\therefore \text{উৎপন্ন কোণ, } \theta = \frac{f}{N} \times 360^\circ$$

ফর্ম্যা নং- ৬ ব্য: গণিত ৯ম